

Opakování

Historie

Pórovitost

Propustnost

Kolektory a izolátory

Proudění v porézním
prostředí

Hydraulická výška

Darcyho zákon

Platnost Darcyho zákona

Vodivost vs. propustnost

Měření

Anisotropie, heterogenita

Transport látek

Advekce a rychlost

Disperze

Modelování v hydrogeologii

— I. —

Základy hydrauliky podzemní vody

Martin Lanzendörfer

Ústav hydrogeologie,
inženýrské geologie a užitě geofyziky



CHARLES UNIVERSITY
Faculty of Science

Opakování

Historie

Pórovitost

Propustnost

Kolektory a izolátory

Proudění v porézním prostředí

Hydraulická výška

Darcyho zákon

Platnost Darcyho zákona

Vodivost vs. propustnost

Měření

Anisotropie, heterogenita

Transport látek

Advekce a rychlost

Disperze

P.A. Domenico, F.W. Schwartz: *Physical and Chemical Hydrogeology* (1997)

... all students are entitled to know that hydrogeology contains not only geology but a heavy dose of physics and chemistry as well, and its main language is mathematics.

... všichni její studenti by měli být upozorněni, že hydrogeologie obsahuje nejen geologii ale také pořádnou dávku fyziky a chemie, a že jejím hlavním jazykem je matematika.

Historie

Regionální proudění a dostupnost podzemní vody

Henry Darcy 1856,
experimentální práce
matematický popis pohybu podzemní vody

Meinzer, Theis, Lubin 1925, 1930s,
souvislost proudění v porózním prostředí s *rovnicí vedení tepla*

Historie

Neustálené (transientní) proudění do studní

C.E. Jacob, M.S. Hantush 1940s–

využití bohaté matematické teorie kolem rovnice vedení tepla,
matematická řešení neustáleného proudění vody do studní,



čerpací zkoušky

Chemická hydrogeologie

J.D. Hem 1959

Study and Interpret. of the Chemical Char. of Natural Water, 269 p.

H.M. Garrels 1960

Mineral equilibria at low temperature and pressure, 254 p.



chemismus kolektorů podzemní vody a jeho časový vývoj

Historie

Éra numerických metod

1960s příchod numerického modelování

early 1970s úlohy transportu tepla (využití geotermální energie)

mid 1970s ochrana podzemních vod, nakládání s odpady a s tím související rizika, ...



transport látek a jejich dynamika v podzemních vodách

M.G. McDonald, A.W. Harbaugh 1988 MODFLOW digital groundwater model

Pórovitost

Celková pórovitost

udává objem volného prostoru (pórů, dutin) v materiálu, tedy podíl:

$$n = \frac{V_{\text{void}}}{V_{\text{total}}}$$

kde je

$$V_{\text{total}} = V_{\text{solid}} + V_{\text{void}}.$$

Pórovitost

Celková pórovitost

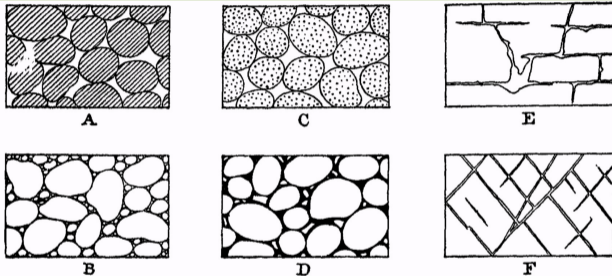


FIGURE 1.—Diagram showing several types of rock interstices and the relation of rock texture to porosity, **A**, Well-sorted sedimentary deposit having high porosity; **B**, poorly sorted sedimentary deposit having low porosity; **C**, well-sorted sedimentary deposit consisting of pebbles that are themselves porous, so that the deposit as a whole has a very high porosity; **D**, well-sorted sedimentary deposit whose porosity has been diminished by the deposition of mineral matter in the interstices; **E**, rock rendered porous by solution; **F**, rock rendered porous by fracturing.

- ▶ průlinová (primární)
- ▶ puklinová nebo krasová (sekundární)

Převzato z O.E. Meinzer (1923)

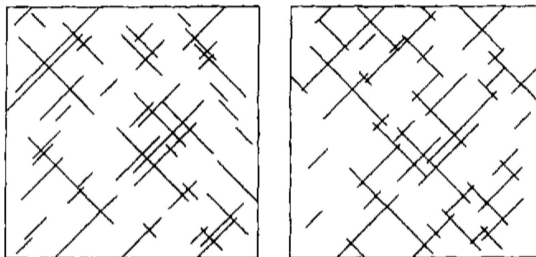
Efektivní pórovitost

udává podíl pouze dostatečně vzájemně **propojených pórů** v materiálu, tedy tu část pórovitosti, která umožňuje proudění vody.

$$n_e = \frac{V_{\text{void,connected}}}{V_{\text{total}}}.$$

- ▶ ve specifických případech je potřeba propracovanější popis...

Efektivní pórovitost



(a)

(b)

Figure 2.24 Representations of a conceptual rock mass illustrating the importance of connectivity. (a) Unconnected clusters, (b) Most clusters connected.

Materiál	n [%]	n_e [%]
břidlice	1–10	0.5–5
anhydrit	0.5–5	0.05–0.5
křída	5–40	0.05–2
žula	0.1	0.0005

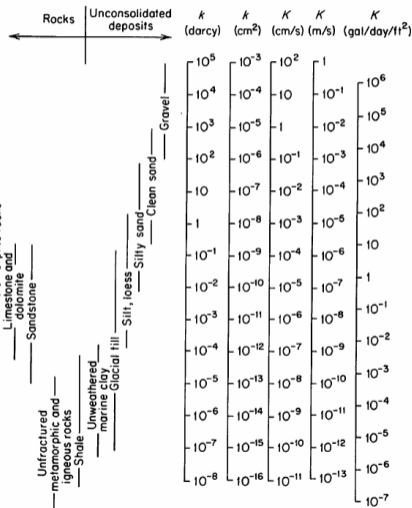
Převzato z P.A. Domenico, F.W. Schwartz (1997)

Propustnost

Propustnost

udává jak snadno může voda proudit prostředím.

- ▶ Kvantifikace později.
- ▶ Viz *hydraulická vodivost*.



Opakování

Historie

Pórovitost

Propustnost

Kolektory a izolátory

Proudění v porézním prostředí

Hydraulická výška

Darcyho zákon

Platnost Darcyho zákona

Vodivost vs. propustnost

Měření

Anisotropie, heterogenita

Transport látek

Advekce a rychlost

Disperze

Opakování

Historie

Pórovitost

Propustnost

Kolektory a izolátory

Proudění v porézním
prostředí

Hydraulická výška

Darcyho zákon

Platnost Darcyho zákona

Vodivost vs. propustnost

Měření

Anisotropie, heterogenita

Transport látek

Advekce a rychlost

Disperze

Kolektory a izolátory

Kolektor

je geologická formace **dostatečně propustná** aby vedla zajímavé množství vody.

Izolátor

je formace **výrazně méně propustná** než přilehlý kolektor.

M. Lanzendörfer

Opakování

Historie

Pórovitost

Propustnost

Kolektory a izolátory

Proudění v porézním prostředí

Hydraulická výška

Darcyho zákon

Platnost Darcyho zákona

Vodivost vs. propustnost

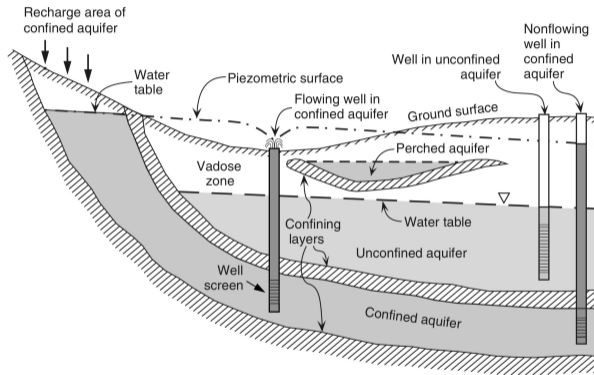
Měření

Anisotropie, heterogenita

Transport látek

Advekce a rychlost

Disperze



Převzato z Kresic, N. *Hydrogeology and Groundwater Modelling* (2006)

M. Lanzendörfer

Opakování

Historie

Pórovitost

Propustnost

Kolektory a izolátory

Proudění v porézním prostředí

Hydraulická výška

Darcyho zákon

Platnost Darcyho zákona

Vodivost vs. propustnost

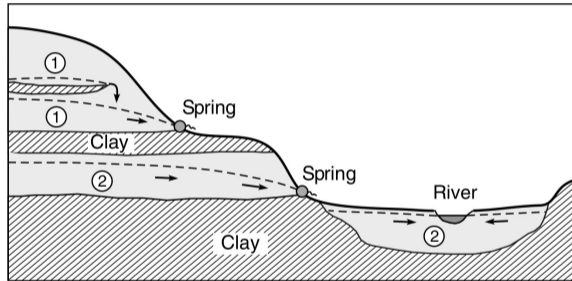
Měření

Anisotropie, heterogenita

Transport látek

Advekce a rychlost

Disperze



Převzato z Kresic, N. *Hydrogeology and Groundwater Modelling* (2006)

M. Lanzendörfer

Opakování

Historie
Pórovitost
Propustnost

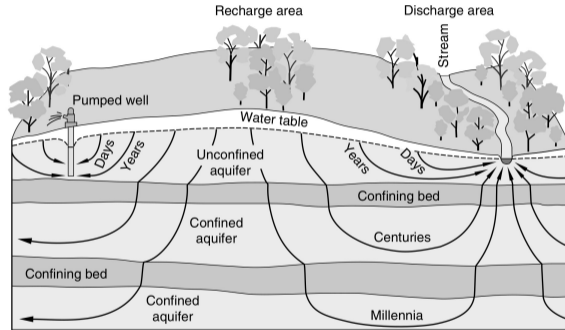
Kolektory a izolátory

Proudění v porézním prostředí

Hydraulická výška
Darcyho zákon
Platnost Darcyho zákona
Vodivost vs. propustnost
Měření
Anisotropie, heterogenita

Transport látek

Advekce a rychlost
Disperze



Převzato z Kresic, N. *Hydrogeology and Groundwater Modelling* (2006)

M. Lanzendörfer

Opakování

Historie

Pórovitost

Propustnost

Kolektory a izolátory

Proudění v porézním prostředí

Hydraulická výška

Darcyho zákon

Platnost Darcyho zákona

Vodivost vs. propustnost

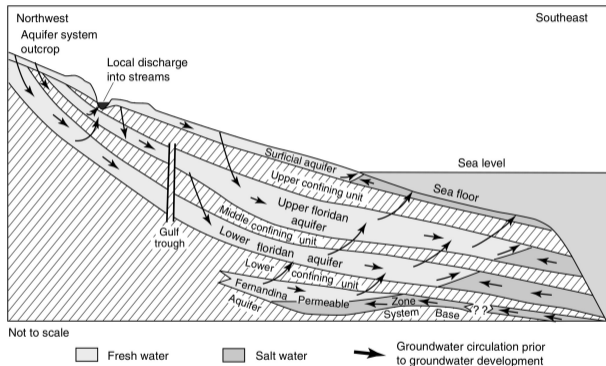
Měření

Anisotropie, heterogenita

Transport látek

Advekce a rychlost


Disperze



Převzato z Kresic, N. *Hydrogeology and Groundwater Modelling* (2006)

Hydraulická výška a gradient

Hydraulická výška

 či **piezometrická výška** v daném měřicím bodě (řekněme na dolním konci piezometru) je součet tlakové a geodetické výšky:

$$h = \psi + z \quad [m]$$

kde je

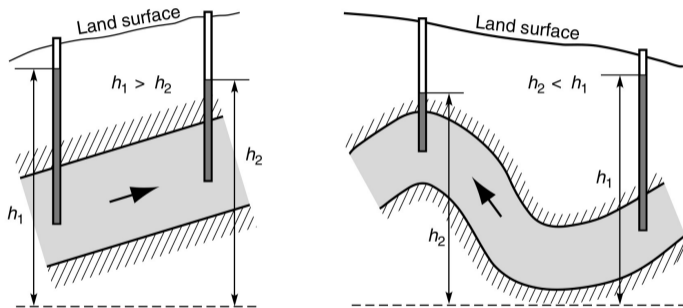
ψ , **tlaková výška**,
vyjadřující **tlak** vody jako odpovídající výšku vodního sloupce;

$$\psi = \frac{p}{\rho g} \quad \text{kde jsou } p \dots \text{tlak, } \rho \dots \text{hustota a } g \dots \text{grav. zrychlení.}$$

z , **geodetická výška**,
tedy výška nad zvolenou hladinou (typicky „nad mořem“).

Hydraulická výška a gradient

Pohyb podzemní vody je dán rozdíly hydraulické výšky



Převzato z Kresic, N. *Hydrogeology and Groundwater Modelling* (2006)

Opakování

Historie

Pórovitost

Propustnost

Kolektory a izolátory

Proudění v porézním prostředí

Hydraulická výška

Darcyho zákon

Platnost Darcyho zákona

Vodivost vs. propustnost

Měření

Anisotropie, heterogenita

Transport látek

Advekce a rychlost

Disperze

Hydraulická výška a gradient

Hydraulický gradient



měřený mezi dvěma body, je podíl poklesu hydraulické výšky Δh a vzdálenosti L mezi body,

$$i = \frac{h_1 - h_2}{L},$$

je to tedy pokles hydraulické výška na metr délky **v daném směru**, ideálně podél směru proudění.

M. Lanzendörfer

Opakování

Historie

Pórovitost

Propustnost

Kolektory a izolátory

Proudění v porézním prostředí

Hydraulická výška

Darcyho zákon

Platnost Darcyho zákona

Vodivost vs. propustnost

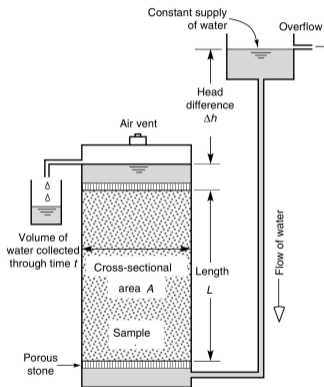
Měření

Anisotropie, heterogenita

Transport látek

Advekce a rychlost

Disperze



Henry Darcy 1856 (pískové filtry vodovodu pro Dijon)




Průtok (daným profilem) je přímo úměrný gradientu hydraulické výšky.

$$Q = K A \frac{\Delta h}{L} \quad [m^3/s]$$

K hydraulická vodivost, $[m/s]$

Darcyho experimenty

Darcyho zákon

 Průtok (na jednotku plochy) je přímo úměrný hydraulickému gradientu

$$\frac{Q}{A} = K \frac{\Delta h}{L}$$

nebo jinak napsáno

$$v = K i.$$

v **objemový tok** [m/s]
(Darcyho rychlost, fiktivní rychlost, filtrační rychlost, ...)
objemový průtok skrz jednotkovou plochu

$$v = \frac{Q}{A}$$

K **hydraulická vodivost**, [m/s]

Opakování

Historie

Pórovitost

Propustnost

Kolektory a izolátory

Proudění v porézním prostředí

Hydraulická výška

Darcyho zákon

Platnost Darcyho zákona

Vodivost vs. propustnost

Měření

Anisotropie, heterogenita

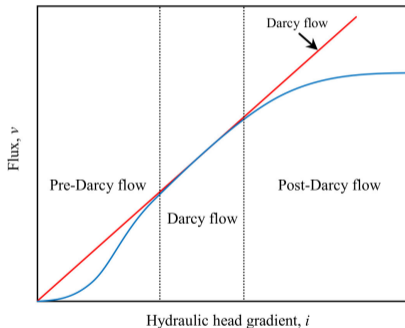
Transport látek

Advekce a rychlost

Disperze

Platnost Darcyho zákona

Pre-Darcy a post-Darcy režimy proudění



Převzato z Dejam M., et al., *Pre-Darcy Flow in Porous Media*, Water Resources Research (2017)

- ▶ **Horní limit platnosti** je dán nástupem turbulentního proudění jakmile **Reynoldsovo číslo** Re překročí kritickou hodnotu cca 1–10.

$$Re = \frac{v d_e}{\nu},$$

kde je

- v objemový tok,
- d_e efektivní velikost zrna,
- ν kinematická viskozita.

- ▶ **Dolní limit platnosti** lze pozorovat u některých materiálů, většinou se neuvažuje.

Opakování

Historie

Pórovitost

Propustnost

Kolektory a izolátory

Proudění v porézním
prostředí

Hydraulická výška

Darcyho zákon

Platnost Darcyho zákona

Vodivost vs. propustnost

Měření

Anisotropie, heterogenita

Transport látek

Advekce a rychlost

Disperze

Hydraulická vodivost *versus* propustnost

Propustnost

ustálené laminární proudění vazké kapaliny skrz pórový prostor vede ke vztahu (zde pro jednoduchost pro horizontální proudění):

$$v = k \frac{1}{\mu} \frac{\Delta p}{L},$$



kde je

μ , (dynamická) **viskozita** kapaliny, [Pa s = kg m⁻¹s⁻¹]

k , **propustnost** prostředí, [m²]

Hydraulická vodivost *versus* propustnost

Hydraulická vodivost vs. propustnost

-  **propustnost, k , [m²]**
je vlastností horninového prostředí (jeho vnitřní geometrii)
-  **hydraulická vodivost, K , [m/s]** je dána propustností a také (kinematickou) viskozitou kapaliny $\nu = \mu/\rho$

- ▶ platí mezi nimi vztah

$$K = k \frac{\rho g}{\mu} = k \frac{g}{\nu}$$

Opakování

- Historie
- Pórovitost
- Propustnost
- Kolektory a izolátory

Proudění v porézním prostředí

- Hydraulická výška
- Darcyho zákon
- Platnost Darcyho zákona

Vodivost vs. propustnost

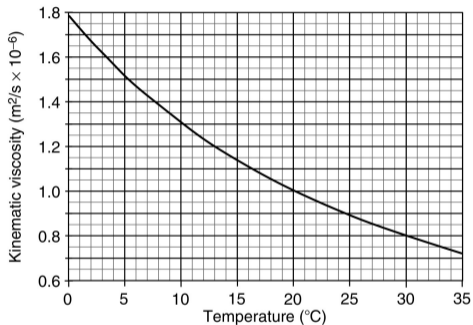
- Měření
- Anisotropie, heterogenita

Transport látek

- Advekce a rychlost
- Disperze

Hydraulická vodivost versus propustnost

Závislost viskozity vody na teplotě



Převzato z Kresic, N. *Hydrogeology and Groundwater Modelling* (2006)

Opakování

- Historie
- Pórovitost
- Propustnost
- Kolektory a izolátory

Proudění v porézním prostředí

- Hydraulická výška
- Darcyho zákon
- Platnost Darcyho zákona

Vodivost vs. propustnost

- Měření
- Anisotropie, heterogenita

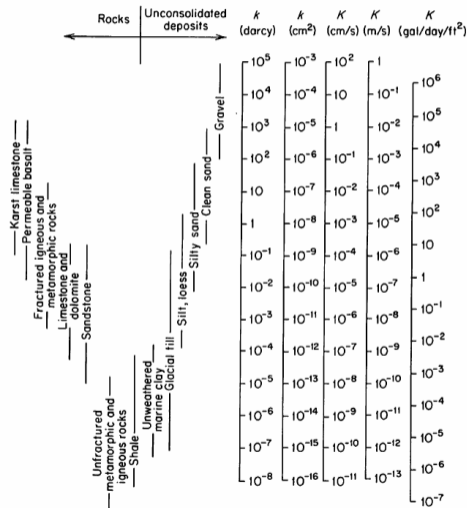
Transport látek

- Advekce a rychlost
- Disperze

Příklad

Mějme plochu 1000 m² kolmou k proudění podzemní vody při hydraulickém gradientu 1‰. Za jak dlouho proteče touto plochou jeden litr vody?

K [m/s]	čas
10^{-1}	10^{-3} s = 1 ms
10^{-6}	10^2 s ~ 2 min
10^{-11}	10^7 s ~ 4 months



Měření vlastností horninového prostředí

- ▶ *Meinzer (1932)*: “Laboratory methods are available to determine accurately the permeability of the samples that are tested, [but the principal difficulty] lies in the obtaining representative samples.”

- ▶ Even apparently slight differences in texture may make great differences in permeability.

E.g.,

- ▶ ... rather inconspicuous admixture of colloidal clay to an otherwise permeable sand may cut down greatly its capacity to conduct water
- ▶ ... in a sand formation a few thin strata of coarse clean sand may conduct more water than all the rest of the formation.
- ▶ ... consolidated rocks are likely to contain joints and crevices which conduct much of the water and which therefore render laboratory methods inapplicable.
- ▶ ... unconsolidated samples cannot easily be recovered and tested without disturbing the texture of the material...

Měření vlastností horninového prostředí

- ▶ *Meinzer (1932):* „Laboratorní metody dokáží s dobrou přesností určit propustnost testovaných vzorků, **principiální obtíž** však tkví v (ne)možnosti získat reprezentativní vzorky.“

- ▶ I zdánlivě drobný rozdíl ve struktuře dokáže způsobit zásadní rozdíl v propustnosti.

E.g.,

- ▶ ... příměs celkem nevinného množství jílových částic k (jinak dobře propustnému) písku může schopnost prostředí vést vodu značně snížit
- ▶ ... v pískovém sedimentu může tenká vrstva čistého hrubého písku propouštět více vody než celá zbývající mocnost formace
- ▶ ... u konzolidovaných hornin lze vždy očekávat přítomnost spár a puklin které jsou zodpovědné za celkovou propustnost, jsou však nepostižitelné laboratorními metodami.
- ▶ ... nekonzolidované vzorky nelze snadno získat ani testovat, aniž by se porušila jejich vnitřní struktura...

Opakování

Historie

Pórovitost

Propustnost

Kolektory a izolátory

Proudění v porézním prostředí

Hydraulická výška

Darcyho zákon

Platnost Darcyho zákona

Vodivost vs. propustnost

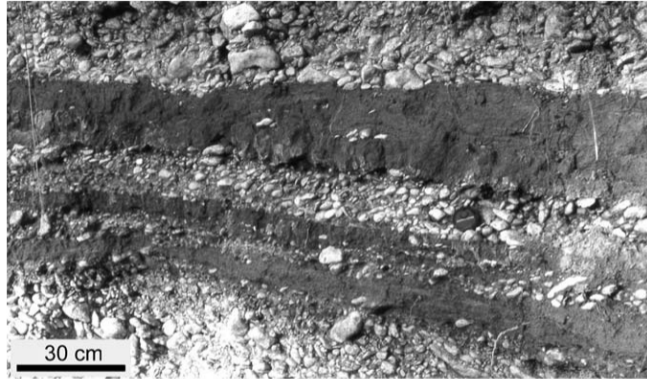
Měření

Anisotropie, heterogenita

Transport látek

Advekce a rychlost

Disperze



Střídání vrstev hrubozrnného (štěrk) a jemnozrnného (písky, kaly) sedimentu.
Převzato z Kresic, N. *Hydrogeology and Groundwater Modelling* (2006)

Opakování

Historie
Pórovitost
Propustnost
Kolektory a izolátory

Proudění v porézním prostředí

Hydraulická výška
Darcyho zákon
Platnost Darcyho zákona
Vodivost vs. propustnost
Měření

Anisotropie, heterogenita

Transport látek

Advekce a rychlost
Disperze



Zlomy a spáry, spolu s vrstvami různé litologie.
Převzato z Kresic, N. *Hydrogeology and Groundwater Modelling* (2006)

Heterogenita, anisotropie

Heterogenita (různorodost)

proměnlivost dané materiálové vlastnosti v závislosti **na pozici**, např.,

- ▶ $k = \text{const.}, \dots$ pro **homogenní** prostředí
- ▶ $k = k(\mathbf{x}), \dots$ pro **heterogenní** prostředí

Anisotropie

proměnlivost dané vlastnosti v závislosti **na uvažovaném směru**, např.,

- ▶ $\mathbf{v} = -K\nabla h, K > 0 \dots$ pro **isotropní** prostředí
- ▶ $\mathbf{v} = -\mathbf{K}\nabla h, \mathbf{K} \in \mathbb{R}^{3 \times 3} \dots$ pro **anisotropní** prostředí,
kde např.

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} K_1 & 0 & 0 \\ 0 & K_2 & 0 \\ 0 & 0 & K_3 \end{pmatrix}$$

M. Lanzendörfer

Opakování

- Historie
- Pórovitost
- Propustnost
- Kolektory a izolátory

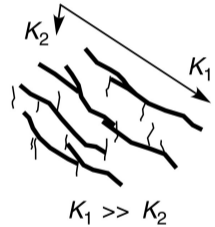
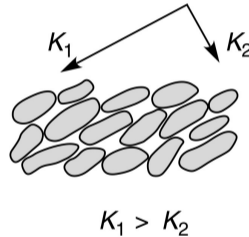
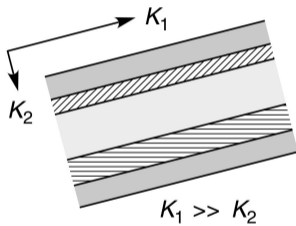
Proudění v porézním prostředí

- Hydraulická výška
- Darcyho zákon
- Platnost Darcyho zákona
- Vodivost vs. propustnost
- Měření

Anisotropie, heterogenita

Transport látek

- Advekce a rychlost
- Disperze



Opakování

Historie

Pórovitost

Propustnost

Kolektory a izolátory

Proudění v porézním
prostředí

Hydraulická výška

Darcyho zákon

Platnost Darcyho zákona

Vodivost vs. propustnost

Měření

Anisotropie, heterogenita

Transport látek

Advekce a rychlost

Disperze

Transport látek

Transportní procesy

- ▶ advekce (unášení)
- ▶ disperze (rozptylování)

Reaktivní procesy

- ▶ acidobazické (protolytické) reakce, oxidačně-redukční, hydrolytické, komplexotvorné reakce
- ▶ adsorpce
- ▶ etc.

Transport látek

Rychlost advekce

tj. rychlost unášení látek v horninovém prostředí není přímo daná objemovým tokem v , ale **(střední) postupovou rychlostí**

$$\mathbf{v}_s = \frac{1}{n_e} \mathbf{v} = -\frac{K}{n_e} \nabla h,$$

kde je

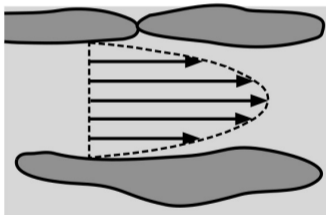
n_e *efektivní pórovitost*

(připomeňme, že n_e může být někdy i řádově menší než n)

Transport látek

Reálná rychlost

uvnitř pórového prostoru není ani v ani v_s :



(a)



(b)

Převzato z Kresic, N. *Hydrogeology and Groundwater Modelling* (2006)

Transport látek

Disperze

působí rozptýlení unášené látky do větší oblasti (než pouhou advekcí)

- ▶ difuze
- ▶ mechanická disperze (podélná, příčná)

Molekulární difuze—Fickův zákon

mimo horninové prostředí:

$$\mathbf{j} = -D_d \nabla c$$

kde je

j , hmotnostní tok sledované rozpuštěné látky

c její hmotnostní koncentrace v tekutině

D_d difuzivita

Transport látek

Disperze

působí rozptýlení unášené látky do větší oblasti (než pouhou advekcí)

- ▶ difuze
- ▶ mechanická disperze (podélná, příčná)

Molekulární difuze—Fickův zákon

v porézním prostředí:

$$\mathbf{j} = -D'_d \nabla c$$

kde například:

$$D'_d = \frac{n}{\tau} D_d \quad (\text{Greenkorn, Kessler, 1972}),$$

n pórovitost

τ tortuosita

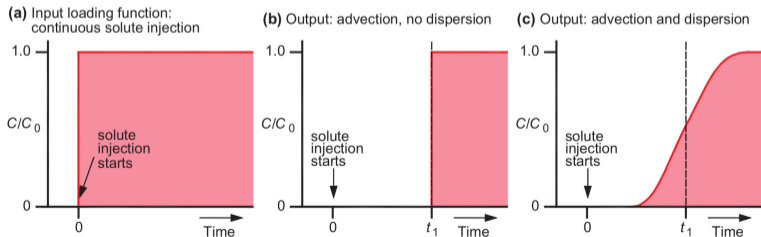
Transport látek

Disperze

působí rozptýlení unášené látky do větší oblasti (než pouhou advekcí)

- ▶ difuze
- ▶ mechanická disperze (podélná, příčná)

Mechanical dispersion—longitudinal



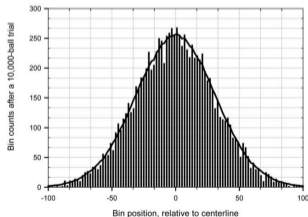
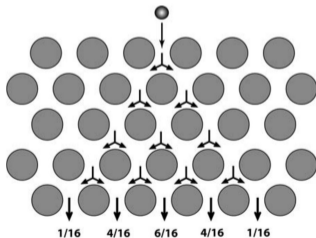
Transport látek

Disperze

působí rozptýlení unášené látky do větší oblasti (než pouhou advekcí)

- ▶ difuze
- ▶ mechanická disperze (podélná, příčná)

Mechanical dispersion—transversal



Transport látek

Disperze

působí rozptýlení unášené látky do větší oblasti (než pouhou advekcí)

- ▶ difuze
- ▶ mechanická disperze (podélná, příčná)

Mechanical dispersion—transversal

