

# Seminář z geoinformatiky

**Souřadnicové výpočty**

**Geodetické úlohy**

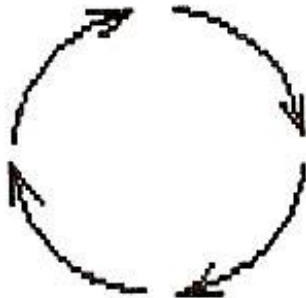
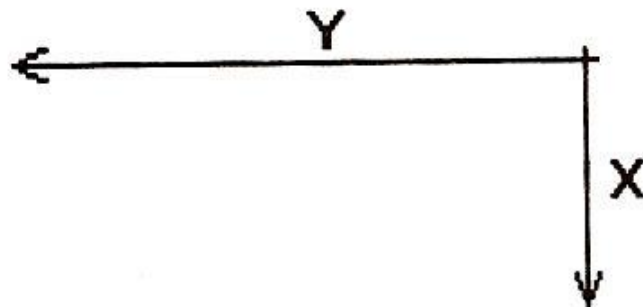
*Ing. Miroslav Čábelka*

*Katedra aplikované geoinformatiky a kartografie*

*Přírodovědecká fakulta, Univerzita Karlova*

# Souřadnicové výpočty

## Orientace os v S-JTSK



Na rozdíl od matematiky se jedná o pravoúhlý souřadnicový systém.

Celé území ČR leží v 1. kvadrantu tzn. X-ové a Y-ové souřadnice všech bodů jsou kladné.

Na území ČR platí:

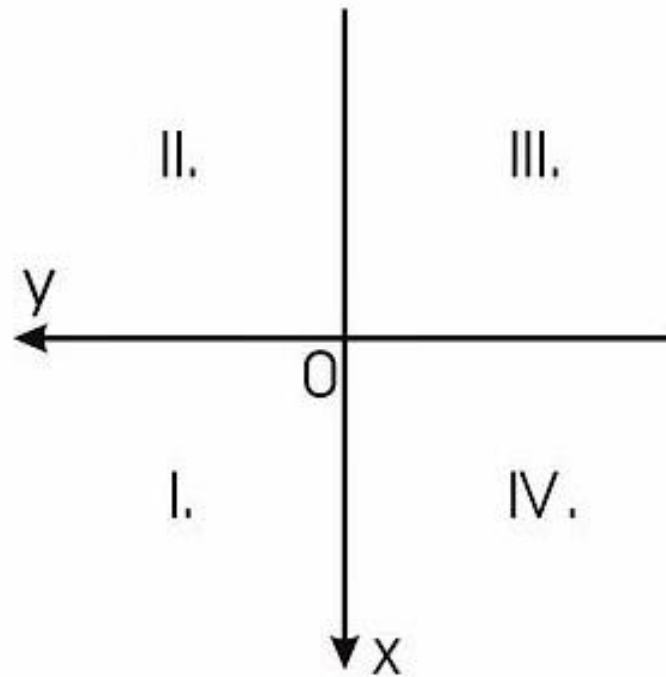
$X = 950\ 000 - 1\ 230\ 000\ \text{m}$

$Y = 430\ 000 - 900\ 000\ \text{m}$ .

Geodeticky kladný směr je směr otáčení ručiček na hodinách. V tomto směru jsou měřeny i označovány úhly.

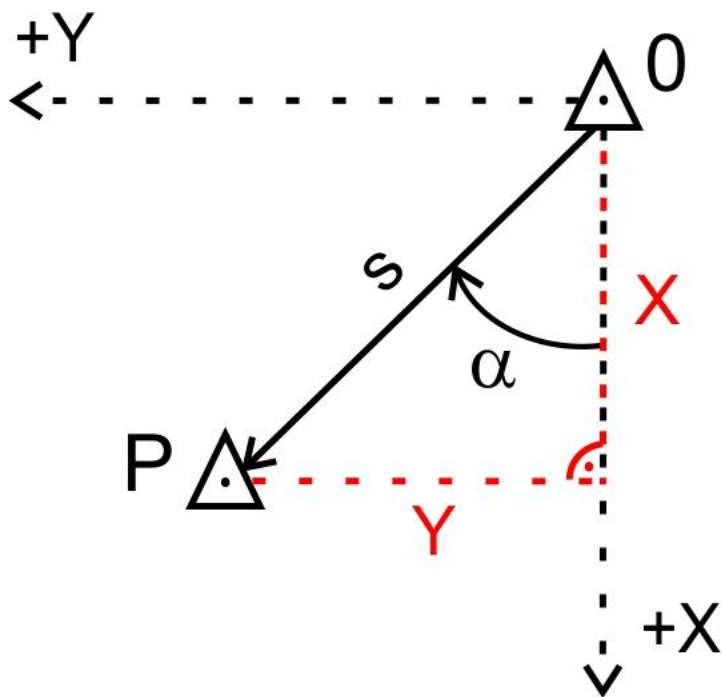
# Souřadnicové výpočty

## Kvadranty v S-JTSK



# Souřadnicové výpočty

## Převod pravoúhlých souřadnic na polární a obráceně



**P → R**

$$X = s \cdot \cos \alpha$$

$$Y = s \cdot \sin \alpha$$

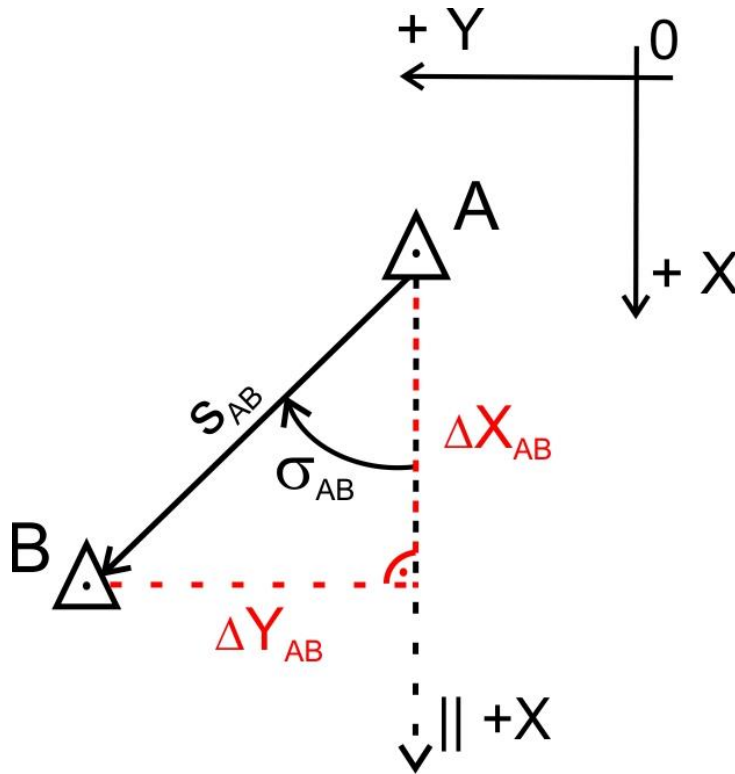
**R → P**

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{Y}{X}$$

$$s = \sqrt{(X^2 + Y^2)}$$

# Souřadnicové výpočty

## Délka a směrnik



**Délka** vypočtená ze souřadnic je v rovině Křovákova zobrazení, v nulovém horizontu a vodorovná.

**Směrnik** je úhel, který udává směr a smysl spojnice dvou bodů vzhledem k osám souřadnicové soustavy.

**Směrnik** chápeme jako úhel spojnice bodů AB od rovnoběžky s kladnou osou X v bodě A.

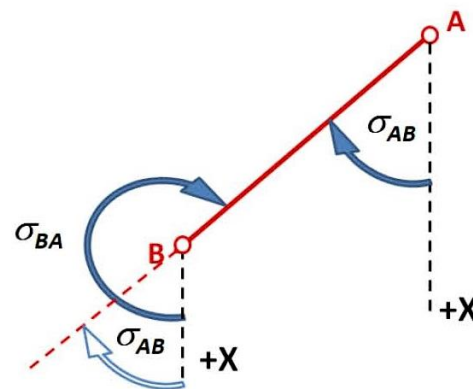
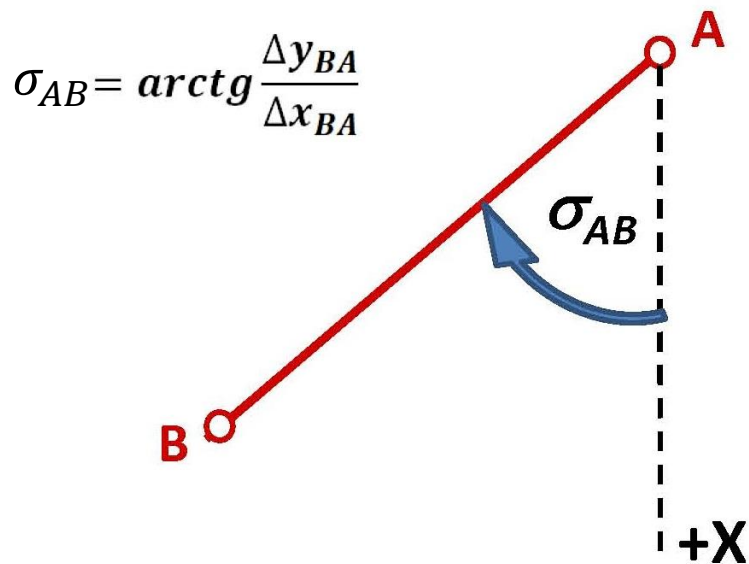
$$s_{AB} = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2}$$

$$\operatorname{tg} \sigma_{AB} = \frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A}$$

# Souřadnicové výpočty

## Délka a směrník

Směrník  $\sigma_{AB}$  strany AB je úhel měřený na bodě A od rovnoběžky s osou +X ve směru pohybu hodinových ručiček až ke straně AB.



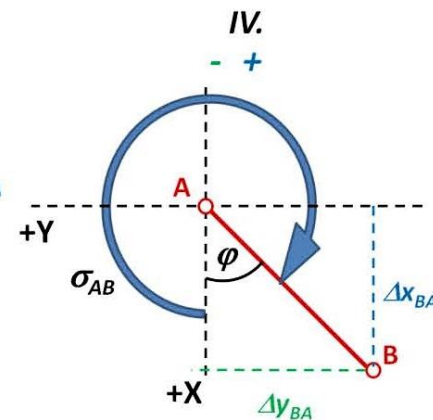
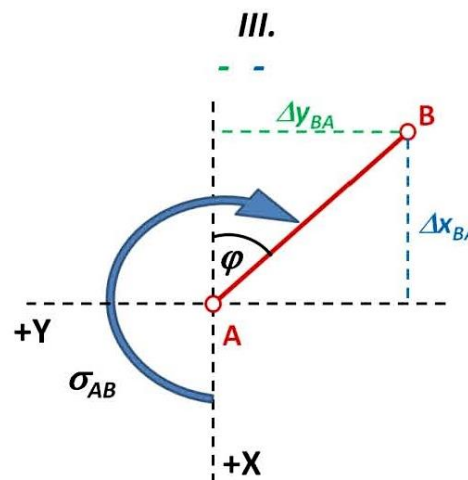
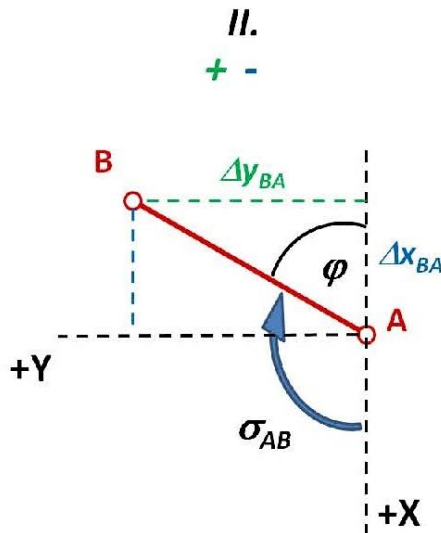
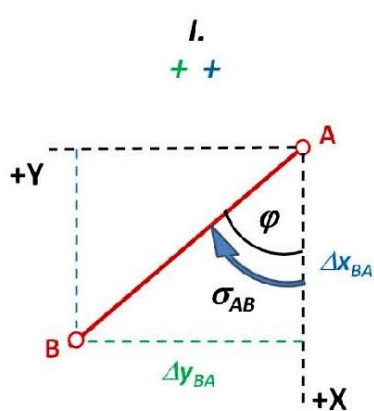
$$\sigma_{BA} = \sigma_{AB} \pm 2R$$

# Souřadnicové výpočty

## Směrník

$$\varphi = \arctg \frac{\Delta y_{BA}}{\Delta x_{BA}}$$

+ - +	I. kvadrant	$\varphi > 0$	$\sigma = \varphi$
+ - -	II. kvadrant	$\varphi < 0$	$\sigma = 200 - \varphi$
- - -	III. kvadrant	$\varphi > 0$	$\sigma = 200 + \varphi$
- - +	IV. kvadrant	$\varphi < 0$	$\sigma = 400 + (-\varphi)$



$$\sigma_{AB} = \varphi$$

$$\sigma_{AB} = 200 + (-\varphi)$$

$$\sigma_{AB} = 200 + \varphi$$

$$\sigma_{AB} = 400 + (-\varphi)$$

# Souřadnicové výpočty

## Rajón (Polární metoda)

**Dáno:** souřadnice bodů A, B

**Měřeno:** směry  $\Psi_P, \Psi_B$  a délka  $s$ .

**Úkol:** vypočítat souřadnice bodu P.

POSTUP VÝPOČTU:

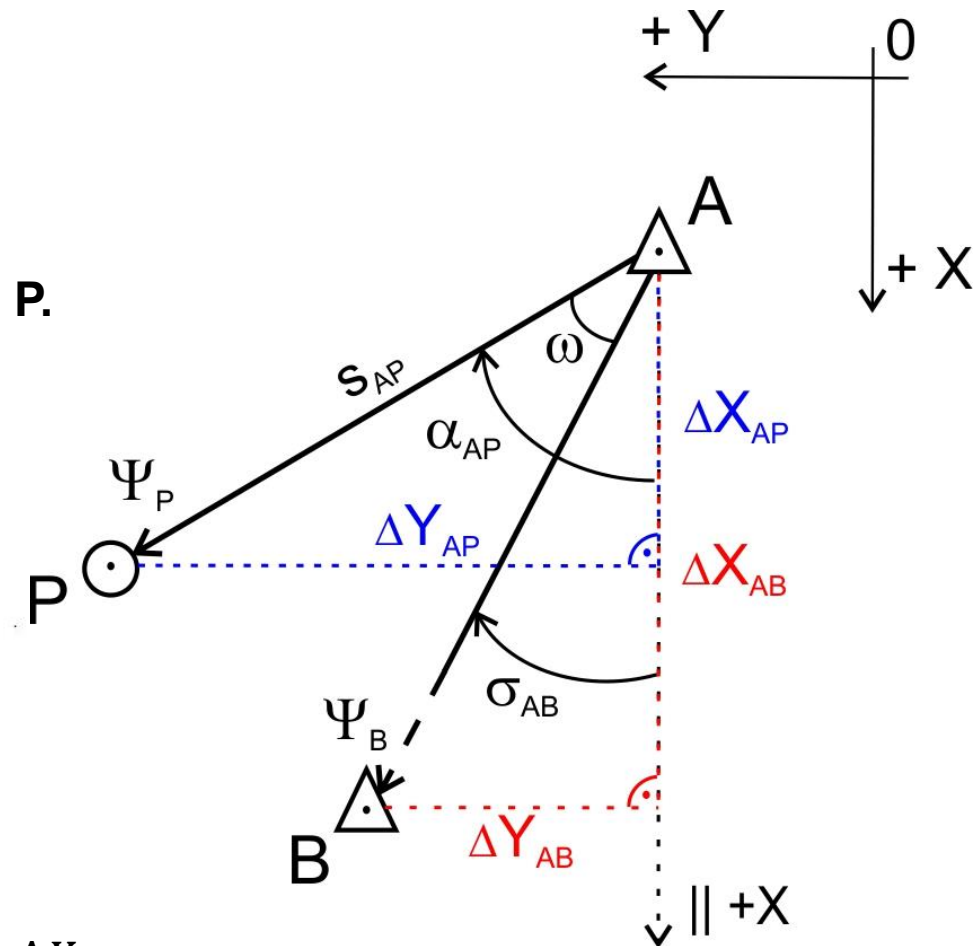
1. směrník  $\sigma_{AB}$ ,  $\text{tg } \sigma_{AB} = \frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A}$

2. směrník  $\alpha_{AP} = \sigma_{AB} + \omega$   
kde  $\omega = \psi_P - \psi_B$

3. souřadnice  $X_P, Y_P$ :

$$X_P = X_A + s \cdot \cos \alpha_{AP}$$

$$Y_P = Y_A + s \cdot \sin \alpha_{AP}$$



$$\Delta X_{AP} = s \cdot \cos \alpha_{AP}$$

$$\Delta Y_{AP} = s \cdot \sin \alpha_{AP}$$



# Souřadnicové výpočty

## Orientace osnovy směrů

**Dáno:** souřadnice n bodů a souřadnice bodu A.

**Měřeno:** osnova směrů na n bodů

**Úkol:** vypočítat směrník  $\alpha_{AP}$

POSTUP VÝPOČTU:

1. ze souřadnic vypočítat

směrníky  $\sigma_{A1}$  až  $\sigma_{An}$ .

2. vypočítat orientační

posuny  $o_1$  až  $o_n$ ,

$$o_1 = \sigma_{A1} - \psi_1$$

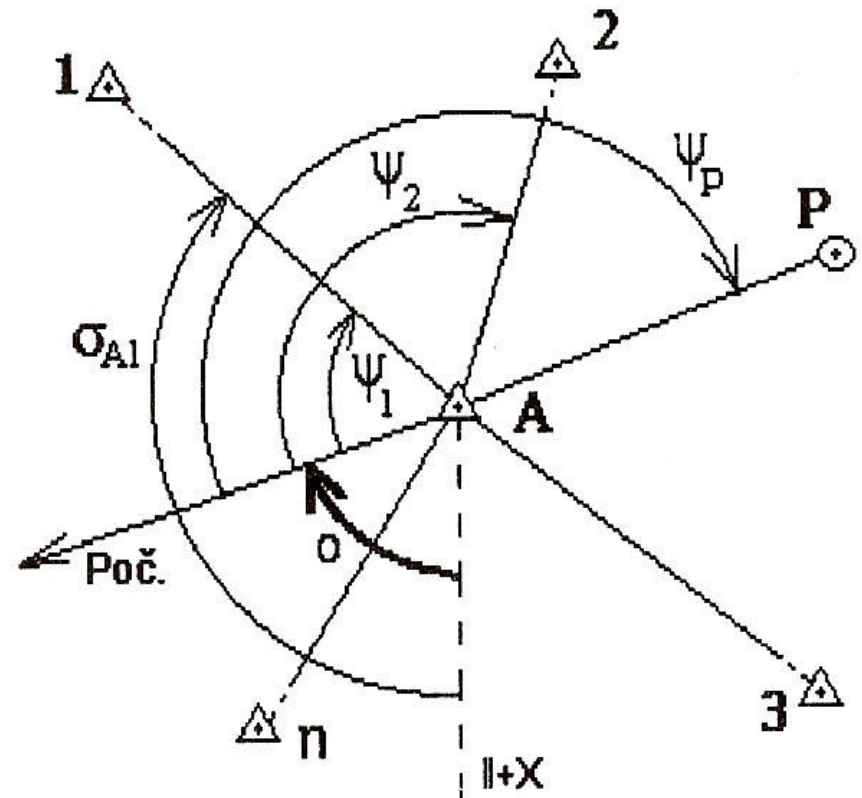
$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

$$o_n = \sigma_{An} - \psi_n$$

3. výpočet průměrného  
orientačního posunu:

$$\bar{o} = \frac{[o]_1^n}{n}$$

4. výsledný směrník  $\alpha_{AP} = \bar{o} + \psi_P$ .



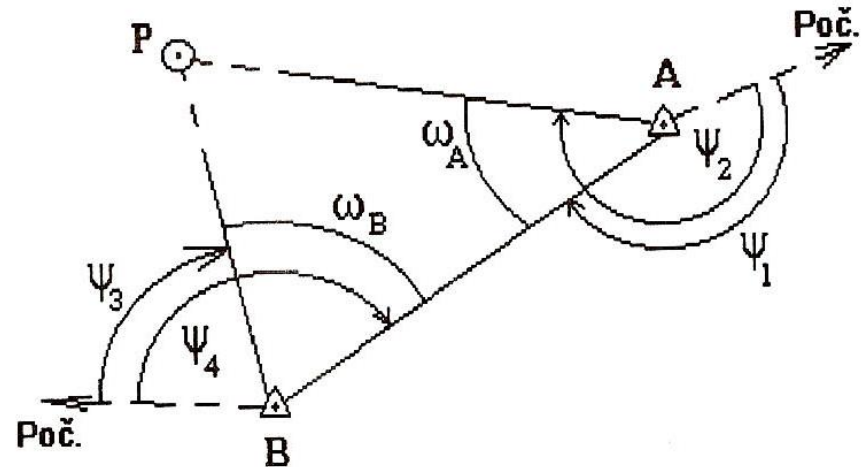
# Souřadnicové výpočty

## Protínání vpřed z úhlů

**Dáno:** souřadnice bodů A, B.

**Měřeno:** směry  $\Psi_1 - \Psi_4$

**Úkol:** vypočítat souřadnice bodu P



Obr. 5.7

Výsledné vzorce získané při řešení pomocí transformace (odvození např. v [7]):

$$X_P = X_A + \frac{(X_B - X_A) \cdot \cotg \omega_A - (Y_B - Y_A)}{J},$$

$$Y_P = Y_A + \frac{(Y_B - Y_A) \cdot \cotg \omega_B - (X_B - X_A)}{J},$$

$$\text{kde } J = \cotg \omega_A + \cotg \omega_B.$$

UPOZORNĚNÍ - při používání uvedených vzorců je nutno zachovávat pořadí bodů ABP v kladném směru (viz obrázek 5.7).

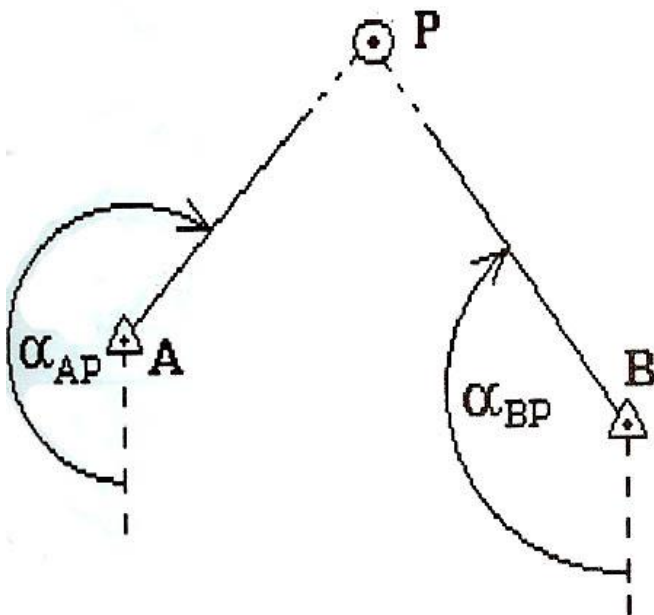
# Souřadnicové výpočty

## Protínání vpřed z orientovaných směrů

**Dáno:** souřadnice bodů A a B.

**Měřeno:** osnovy směrů na okolní dané body a na určovaný bod P.

**Úkol:** vypočítat souřadnice bodu P



$$s_{AP} = \frac{1}{D} (\cos \alpha_{BP} \cdot \Delta Y_{AB} - \sin \alpha_{BP} \cdot \Delta X_{AB}),$$

$$s_{BP} = \frac{1}{D} (\cos \alpha_{AP} \cdot \Delta Y_{AB} - \sin \alpha_{AP} \cdot \Delta X_{AB}),$$

$$\text{kde } D = \sin (\alpha_{AP} - \alpha_{BP}).$$

Nyní jsou známé délky  $s_{AP}$ ,  $s_{BP}$  i směrníky  $\alpha_{AP}$ ,  $\alpha_{BP}$  a můžeme tedy rájónem vypočítat souřadnice bodu P.

Možno řešit též převodem na protínání vpřed z úhlů.

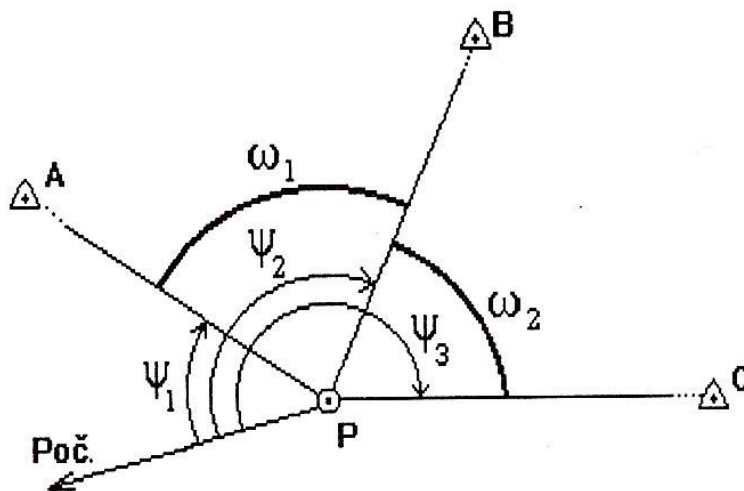
# Souřadnicové výpočty

## Protínání zpět

**Dáno:** souřadnice bodů A, B, C.

**Měřeno:** směry  $\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3$ .

**Úkol:** vypočítat souřadnice bodu P



Možno použít vzorců:

$$\omega_1 = \psi_2 - \psi_1, \quad \omega_2 = \psi_3 - \psi_2$$

$$K_1 = (X_A - X_B) + (Y_A - Y_B) \cdot \cotg \omega_1$$

$$K_2 = (Y_A - Y_B) - (X_A - X_B) \cdot \cotg \omega_1$$

$$K_3 = (X_C - X_B) - (Y_C - Y_B) \cdot \cotg \omega_2$$

$$K_4 = (Y_C - Y_B) + (X_C - X_B) \cdot \cotg \omega_2$$

$$Q = \frac{K_1 - K_3}{K_4 - K_2}, \quad W = \frac{K_1 + K_2 \cdot Q}{1 + Q^2}$$

$$X_P = X_B + W$$

$$Y_P = Y_B + W \cdot Q$$

Vzorce vycházejí ze zobrazené konfigurace a při jejich použití je tedy nutno správně označit body A, B, C v kladném směru.

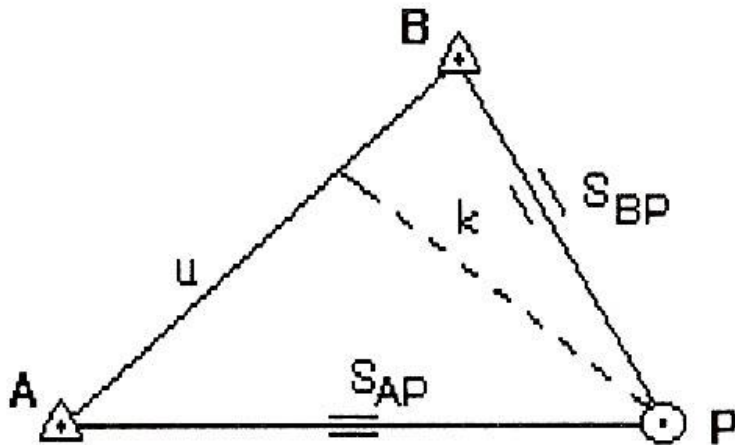
# Souřadnicové výpočty

## Protínání z délek

**Dáno:** souřadnice bodů A, B.

**Měřeno:** délky  $S_{AP}$ ,  $S_{BP}$ .

**Úkol:** vypočítat souřadnice bodu P



1. ze souřadnic vypočítat

$$s_{AB} \text{ a } \sigma_{AB}$$

2. kosinovou větou

vypočítat úhel  $\omega$

3. výpočet rajónu

**PŘÍKLAD** (zadání stejné jako v předchozím případě):

$$s_{18-68} = 1\,537,00 \text{ m}, \quad \sigma_{18-68} = 348,39 \text{ } 60^{\text{s}}$$

$$\cos \omega = \frac{s_{18-68}^2 + s_{18-13}^2 - s_{68-13}^2}{2 \cdot s_{18-13} \cdot s_{18-68}}, \quad \omega = 72,78 \text{ } 10^{\text{s}}$$

$$\alpha_{18-13} = \sigma_{18-68} + \omega, \quad \alpha_{18-13} = 21,17 \text{ } 70^{\text{s}}$$

$$X_{13} = 1\,042\,134,49 + 1\,186,12 = 1\,043\,320,61 \text{ m}$$

$$Y_{13} = 745\,838,34 + 409,79 = 746\,248,13 \text{ m}$$