

Seminář z geoinformatiky

Souřadnicové výpočty

Geodetické úlohy

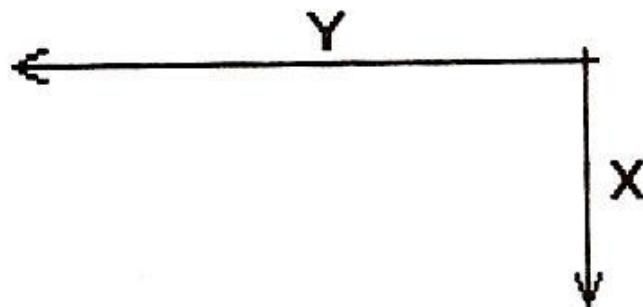
Ing. Miroslav Čábelka

Katedra aplikované geoinformatiky a kartografie

Přírodovědecká fakulta, Univerzita Karlova

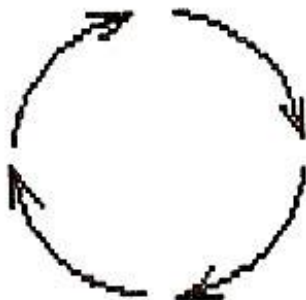
Souřadnicové výpočty

Orientace os v S-JTSK



Na rozdíl od matematiky se jedná o pravoúhlý souřadnicový systém.

Celé území ČR leží v 1. kvadrantu tzn. X-ové a Y-ové souřadnice všech bodů jsou kladné.



Na území ČR platí:

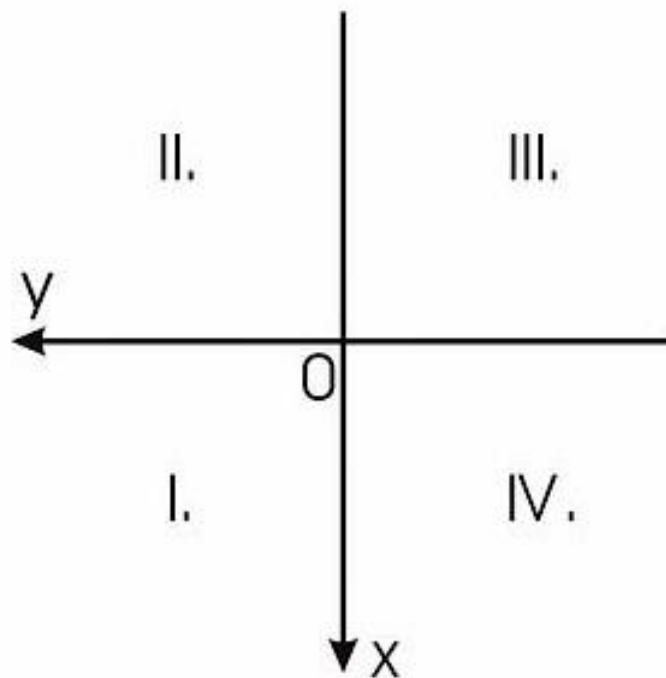
$X = 950\,000 - 1\,230\,000\text{ m}$

$Y = 430\,000 - 900\,000\text{ m.}$

Geodeticky kladný směr je směr otáčení ručiček na hodinách.
V tomto směru jsou měřeny i označovány úhly.

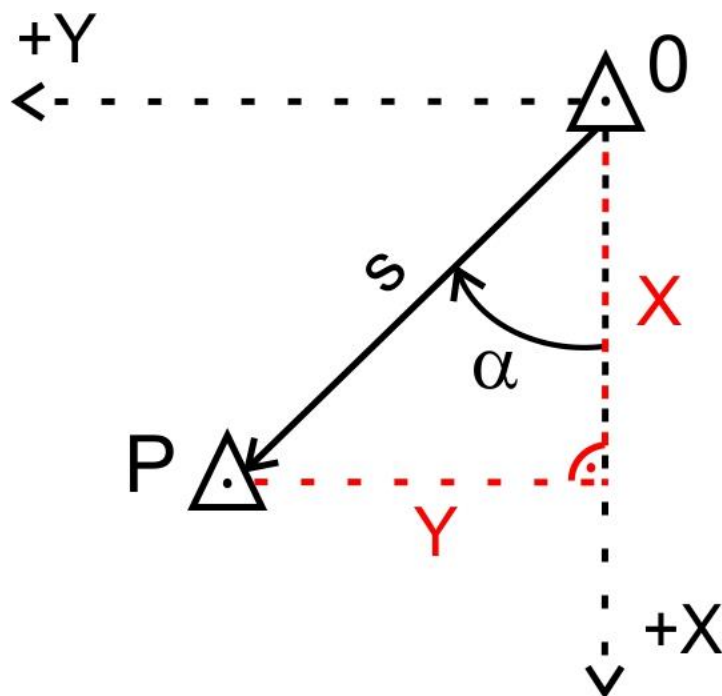
Souřadnicové výpočty

Kvadranty v S-JTSK



Souřadnicové výpočty

Převod pravoúhlých souřadnic na polární a obráceně



P → R

$$X = s \cdot \cos \alpha$$

$$Y = s \cdot \sin \alpha$$

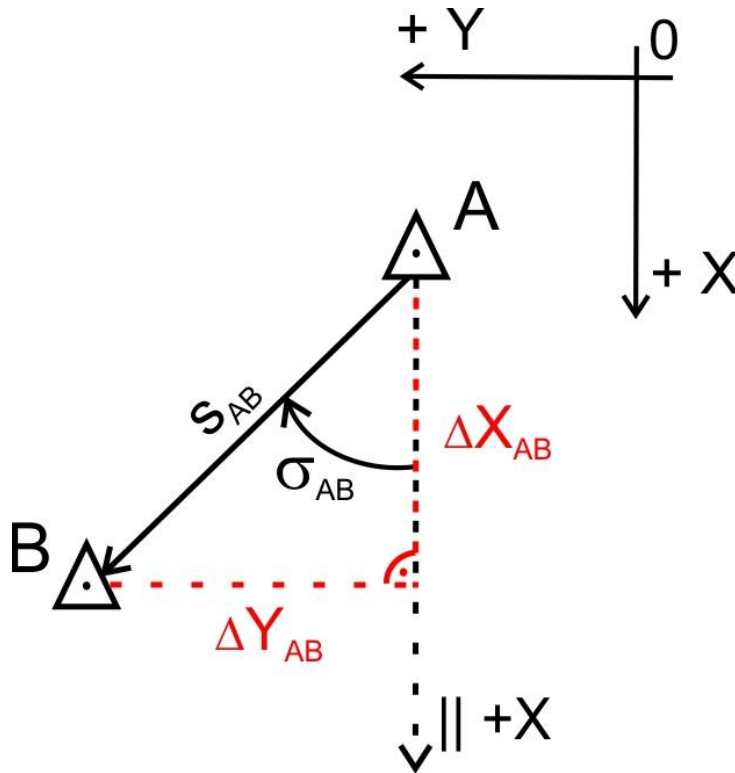
R → P

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{Y}{X}$$

$$s = \sqrt{(X^2 + Y^2)}$$

Souřadnicové výpočty

Délka a směrník



Délka vypočtená ze souřadnic je v rovině Křovákova zobrazení, v nulovém horizontu a vodorovná.

Směrník je úhel, který udává směr a smysl spojnice dvou bodů vzhledem k osám souřadnicové soustavy.

Směrník chápeme jako úhel spojnice bodů AB od rovnoběžky s kladnou osou X v bodě A.

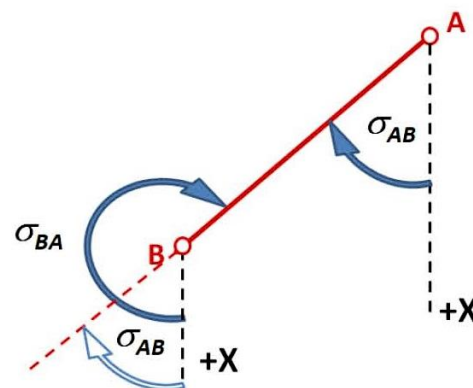
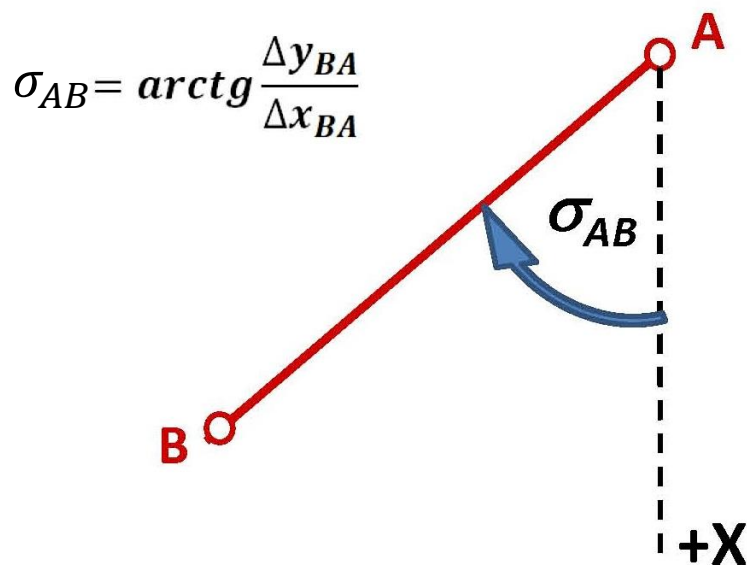
$$s_{AB} = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2}.$$

$$\operatorname{tg} \sigma_{AB} = \frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A}.$$

Souřadnicové výpočty

Délka a směrník

Směrník σ_{AB} strany AB je úhel měřený na bodě A od rovnoběžky s osou +X ve směru pohybu hodinových ručiček až ke straně AB.



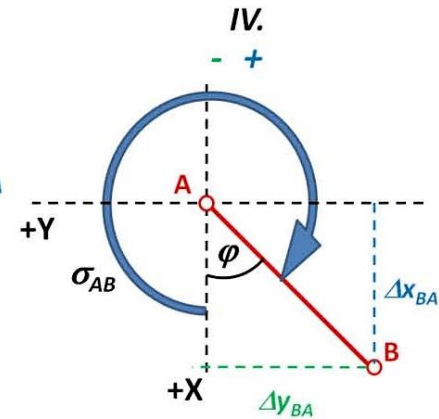
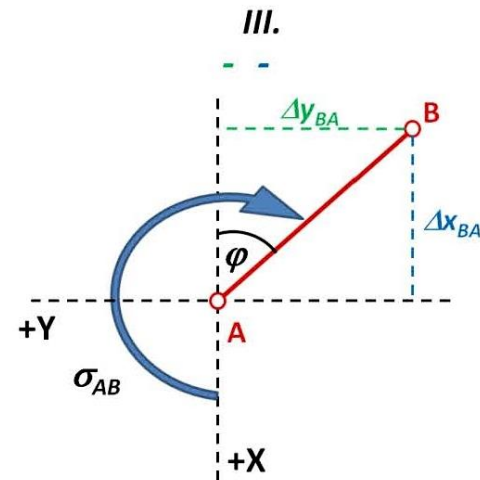
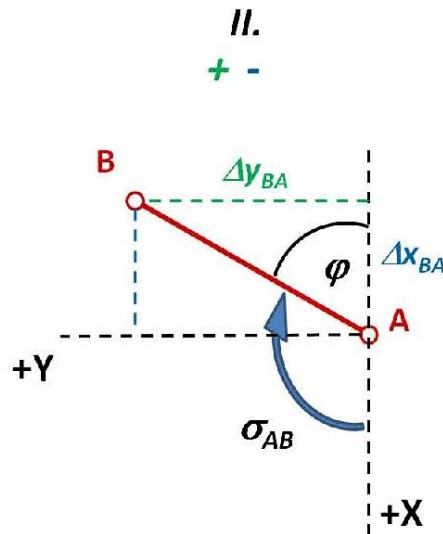
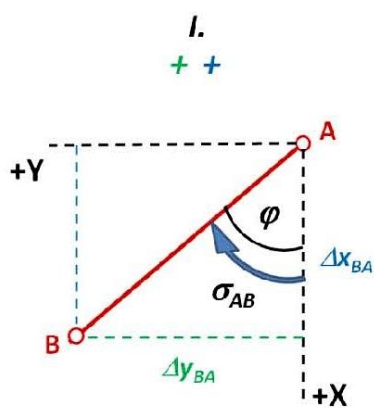
$$\sigma_{BA} = \sigma_{AB} \pm 2R$$

Souřadnicové výpočty

Směrník

$$\varphi = \arctg \frac{\Delta y_{BA}}{\Delta x_{BA}}$$

$\begin{smallmatrix} + \\ - \\ + \end{smallmatrix}$	I. kvadrant	$\varphi > 0$	$\sigma = \varphi$
$\begin{smallmatrix} + \\ - \\ - \end{smallmatrix}$	II. kvadrant	$\varphi < 0$	$\sigma = 200 - \varphi$
$\begin{smallmatrix} - \\ - \\ - \end{smallmatrix}$	III. kvadrant	$\varphi > 0$	$\sigma = 200 + \varphi$
$\begin{smallmatrix} - \\ - \\ + \end{smallmatrix}$	IV. kvadrant	$\varphi < 0$	$\sigma = 400 + (-\varphi)$



$$\sigma_{AB} = \varphi$$

$$\sigma_{AB} = 2R + (-\varphi)$$

$$\sigma_{AB} = 2R + \varphi$$

$$\sigma_{AB} = 4R + (-\varphi)$$

Souřadnicové výpočty

Rajón (Polární metoda)

Dáno: souřadnice bodů A, B.

Měřeno: směry Ψ_P , Ψ_B a délka s .

Úkol: vypočítat souřadnice bodu P.

POSTUP VÝPOČTU:

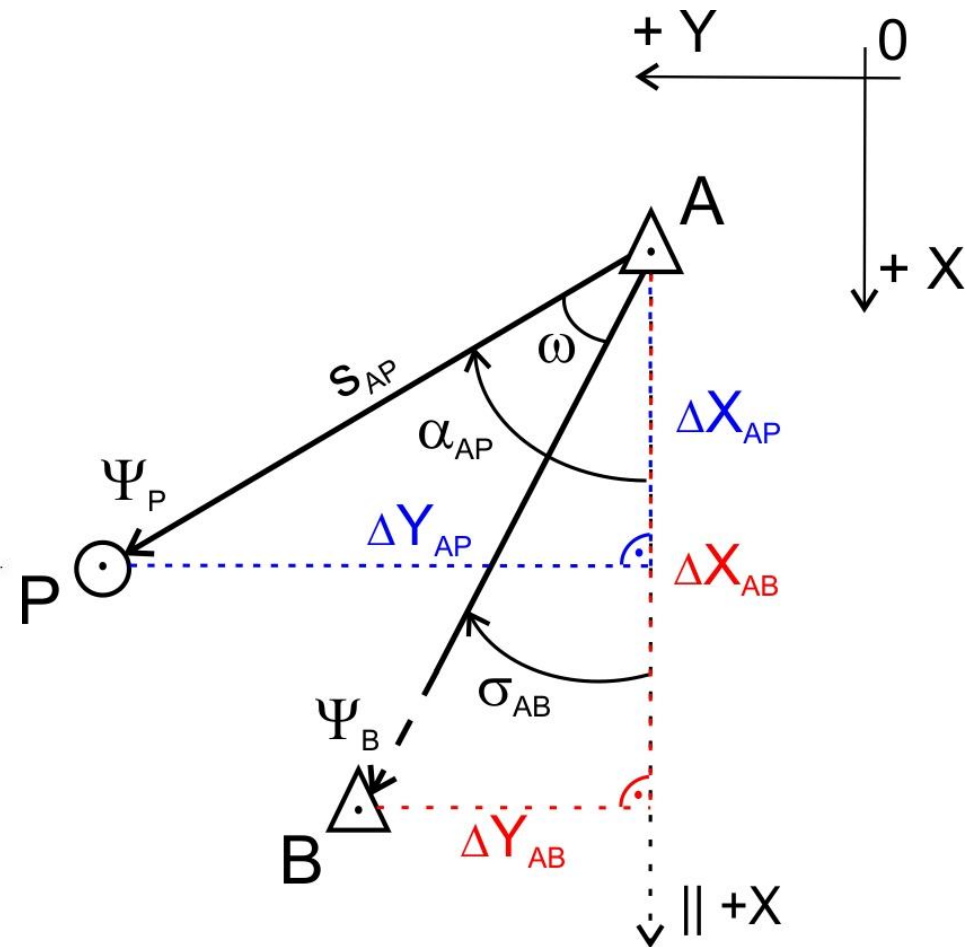
1. směrník σ_{AB} , $\operatorname{tg} \sigma_{AB} = \frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A}$

2. směrník $\alpha_{AP} = \sigma_{AB} + \omega$
kde $\omega = \psi_P - \psi_B$

3. souřadnice X_P , Y_P :

$$X_P = X_A + s \cdot \cos \alpha_{AP}$$

$$Y_P = Y_A + s \cdot \sin \alpha_{AP}$$



$$\Delta X_{AP} = s \cdot \cos \alpha_{AP}$$

$$\Delta Y_{AP} = s \cdot \sin \alpha_{AP}$$

Souřadnicové výpočty

Orientace osnovy směrů

Dáno: souřadnice n bodů a souřadnice bodu A.

Měřeno: osnova směrů na n bodů.

Úkol: vypočítat směrník α_{AP} .

POSTUP VÝPOČTU:

1. ze souřadnic vypočítat směrníky σ_{A1} až σ_{An} .
2. vypočítat orientační posuny o_1 až o_n ,

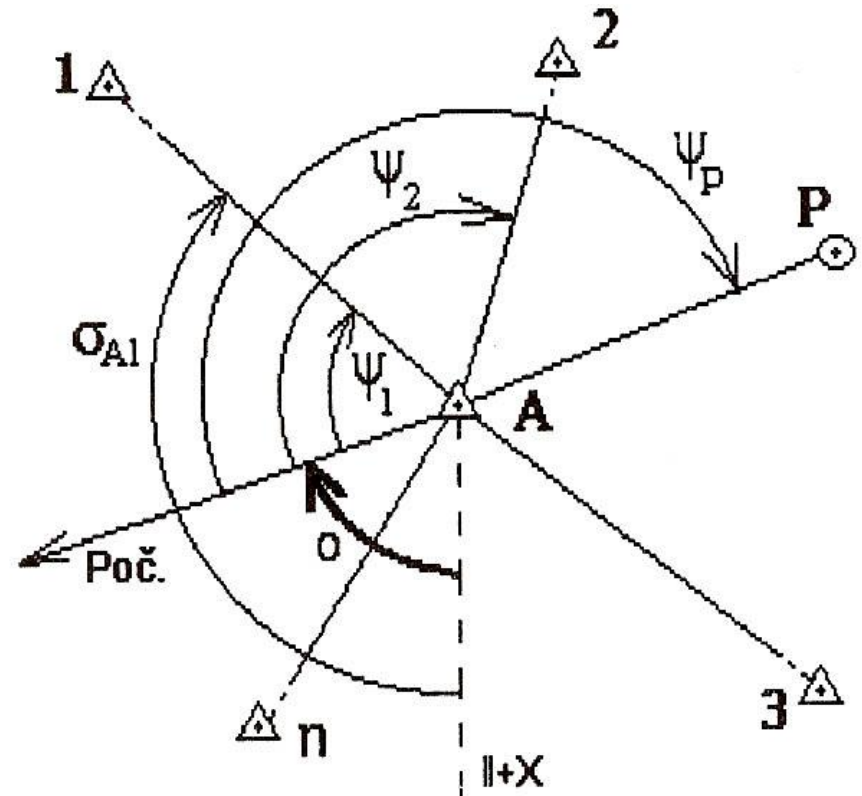
$$\begin{aligned} o_1 &= \sigma_{A1} - \psi_1 \\ &\vdots \\ &\vdots \end{aligned}$$

$$o_n = \sigma_{An} - \psi_n$$

3. výpočet průměrného orientačního posunu:

$$\bar{o} = \frac{[o]_1^n}{n}$$

4. výsledný směrník $\alpha_{AP} = \bar{o} + \psi_P$.



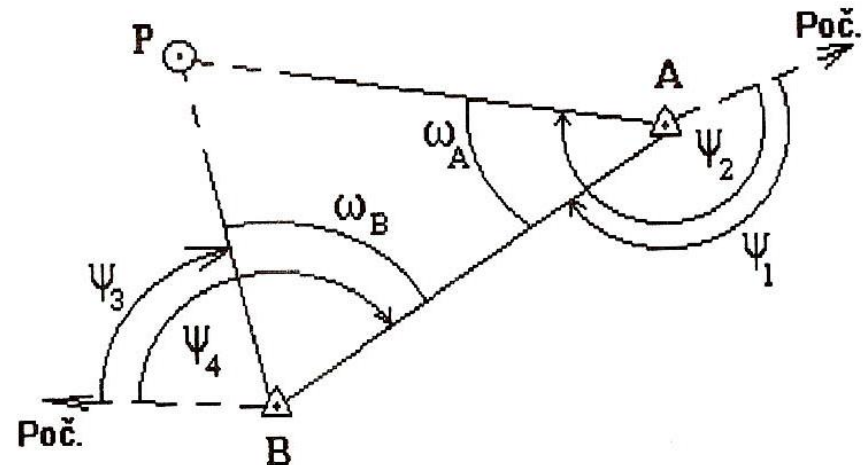
Souřadnicové výpočty

Protínání vpřed z úhlů

Dáno: souřadnice bodů A, B.

Měřeno: směry $\Psi_1 - \Psi_4$.

Úkol: vypočítat souřadnice bodu P.



Obr. 5.7

Výsledné vzorce získané při řešení pomocí transformace (odvození např. v [7]):

$$X_P = X_A + \frac{(X_B - X_A) \cdot \cotg \omega_A - (Y_B - Y_A)}{J},$$

$$Y_P = Y_A + \frac{(Y_B - Y_A) \cdot \cotg \omega_B - (X_B - X_A)}{J},$$

$$\text{kde } J = \cotg \omega_A + \cotg \omega_B.$$

UPOZORNĚNÍ - při používání uvedených vzorců je nutno zachovávat pořadí bodů ABP v kladném směru (viz obrázek 5.7).

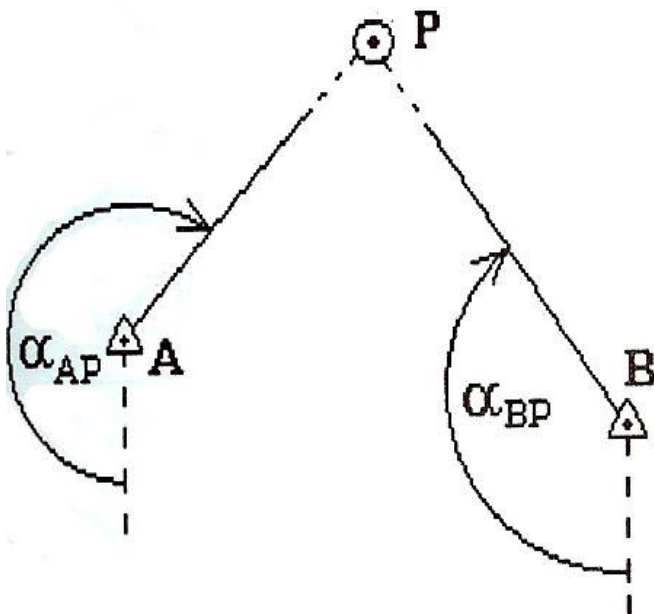
Souřadnicové výpočty

Protínání vpřed z orientovaných směrů

Dáno: souřadnice bodů A a B.

Měřeno: osnovy směrů na okolní dané body a na určovaný bod P.

Úkol: vypočítat souřadnice bodu P.



$$s_{AP} = \frac{1}{D} (\cos \alpha_{BP} \cdot \Delta Y_{AB} - \sin \alpha_{BP} \cdot \Delta X_{AB}),$$

$$s_{BP} = \frac{1}{D} (\cos \alpha_{AP} \cdot \Delta Y_{AB} - \sin \alpha_{AP} \cdot \Delta X_{AB}),$$

$$\text{kde } D = \sin (\alpha_{AP} - \alpha_{BP}).$$

Nyní jsou známy délky s_{AP} , s_{BP} i směrníky α_{AP} , α_{BP} a můžeme tedy rajónem vypočítat souřadnice bodu P.

Možno řešit též převodem na protínání vpřed z úhlů.

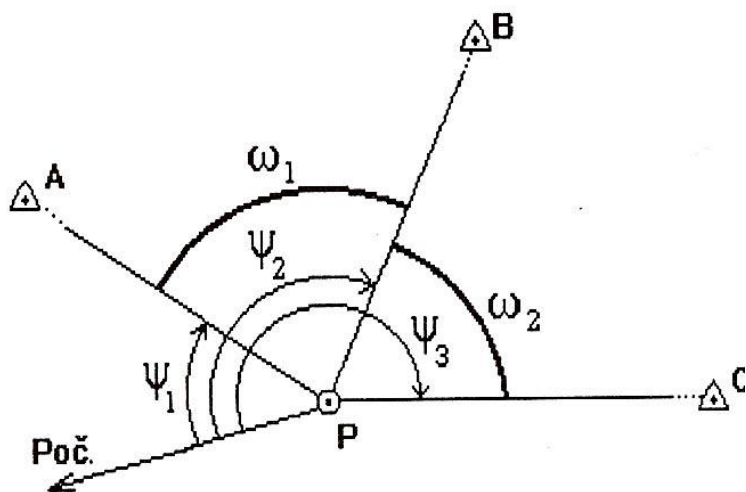
Souřadnicové výpočty

Protínání zpět

Dáno: souřadnice bodů A, B, C.

Měřeno: směry Ψ_1, Ψ_2, Ψ_3 .

Úkol: vypočítat souřadnice bodu P.



Vzorce vycházejí ze zobrazené konfigurace a při jejich použití je tedy nutno správně označit body A, B, C v kladném směru.

Možno použít vzorců:

$$\omega_1 = \psi_2 - \psi_1, \quad \omega_2 = \psi_3 - \psi_2$$

$$K_1 = (X_A - X_B) + (Y_A - Y_B) \cdot \cotg \omega_1$$

$$K_2 = (Y_A - Y_B) - (X_A - X_B) \cdot \cotg \omega_1$$

$$K_3 = (X_C - X_B) - (Y_C - Y_B) \cdot \cotg \omega_2$$

$$K_4 = (Y_C - Y_B) + (X_C - X_B) \cdot \cotg \omega_2$$

$$Q = \frac{K_1 - K_3}{K_4 - K_2}, \quad W = \frac{K_1 + K_2 \cdot Q}{1 + Q^2}$$

$$X_P = X_B + W$$

$$Y_P = Y_B + W \cdot Q$$

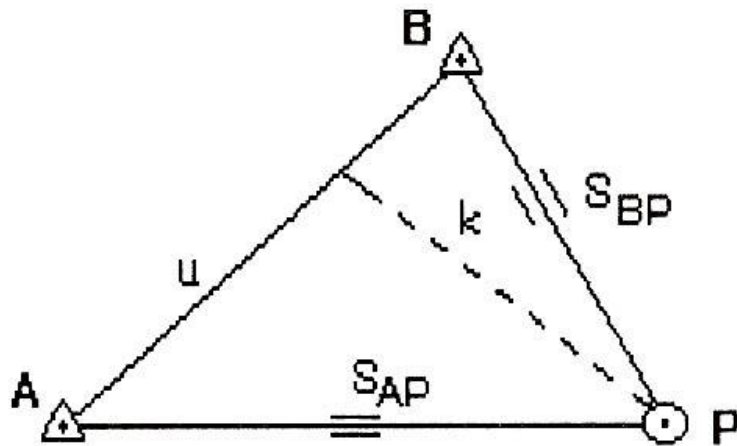
Souřadnicové výpočty

Protínání z délek

Dáno: souřadnice bodů A, B.

Měřeno: délky S_{AP} , S_{BP} .

Úkol: vypočítat souřadnice bodu P.



1. ze souřadnic vypočítat

$$s_{AB} \text{ a } \sigma_{AB}$$

2. kosinovou větou

vypočítat úhel ω

3. výpočet rajónu

PŘÍKLAD (zadání stejné jako v předchozím případě):

$$s_{18-68} = 1\,537,00 \text{ m}, \quad \sigma_{18-68} = 348,39 \text{ } 60^g$$

$$\cos \omega = \frac{s_{18-68}^2 + s_{18-13}^2 - s_{68-13}^2}{2 \cdot s_{18-13} \cdot s_{18-68}}, \quad \omega = 72,78 \text{ } 10^g$$

$$\alpha_{18-13} = \sigma_{18-68} + \omega, \quad \alpha_{18-13} = 21,17 \text{ } 70^g$$

$$X_{13} = 1\,042\,134,49 + 1\,186,12 = 1\,043\,320,61 \text{ m}$$

$$Y_{13} = 745\,838,34 + 409,79 = 746\,248,13 \text{ m}$$

Děkuji za pozornost

Ing. Miroslav Čábelka

Katedra aplikované geoinformatiky a kartografie

Přírodovědecká fakulta, Univerzita Karlova

cabelka@natur.cuni.cz