

Seminář z geoinformatiky

Měření délek

Ing. Miroslav Čábelka

Katedra aplikované geoinformatiky a kartografie

Přírodovědecká fakulta, Univerzita Karlova

cabelka@natur.cuni.cz

Měření délek

- Délka je definována jako vzdálenost dvou bodů ve smyslu definované metriky.
- Délka je popsána v jednotkách, tj. v násobcích dohodnutého normálu. Normálem je pro nás 1 metr, což je délka dráhy, kterou urazí světlo ve vakuu za 1/299 792 458 sekundy (1983).
- Metr je jednotkou SI (Le **S**ystème **I**nternational d'Unités).

kilo-	km	10^3	hekto-	hm	10^2
mili-	mm	10^{-3}	deka-	dam	10^1
mikro-	μm	10^{-6}	deci-	dm	10^{-1}
nano-	nm	10^{-9}	centi-	cm	10^{-2}

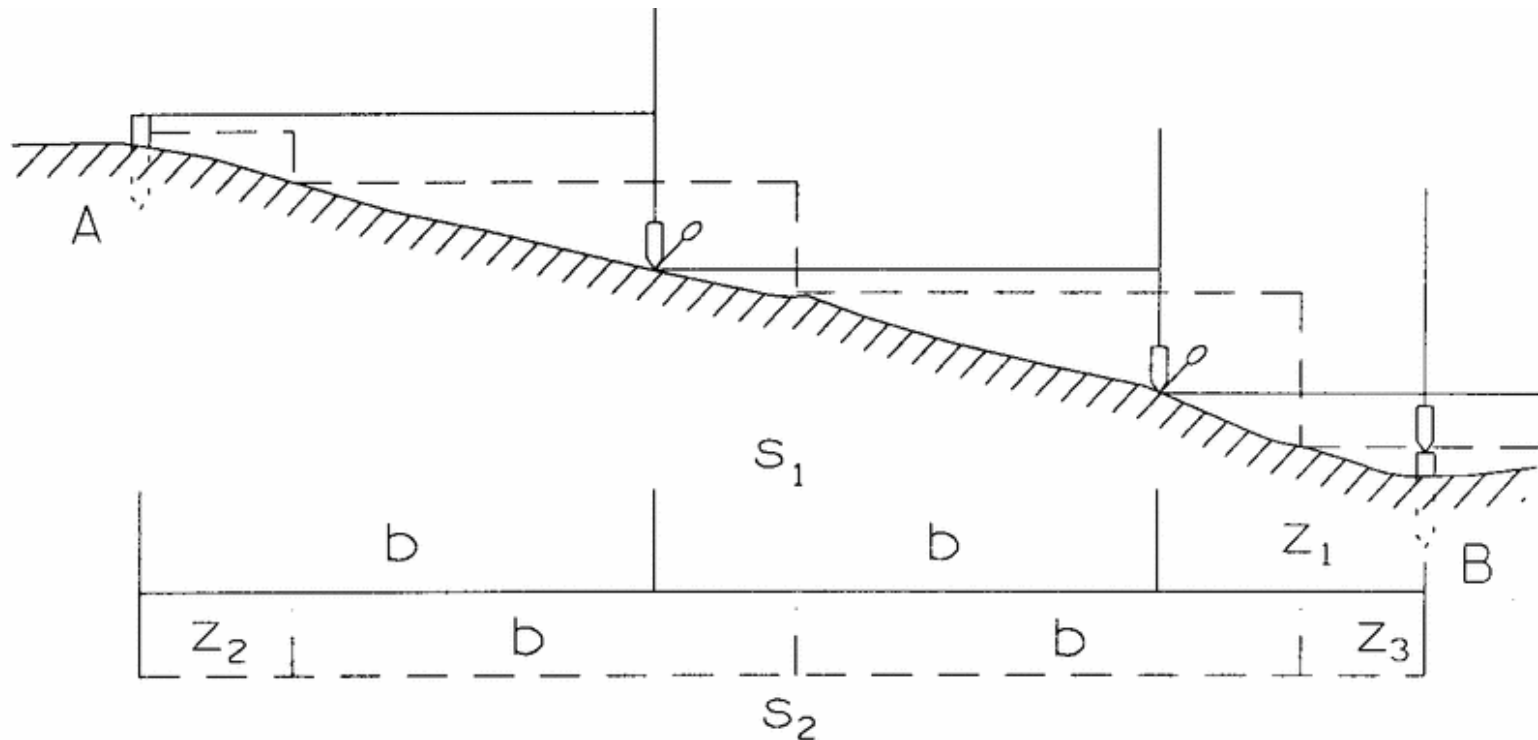


Light travels a distance of 1 meter
in 1/299,792,458 seconds

Měření délek pásmem

Délka – vodorovná vzdálenost mezi dvěma body.

- Délka pásem 20 – 50 m, nejmenší dílek 1 mm,
- pásma z oceli, **invaru** (Ni, Fe), umělé hmoty,
- měřená vzdálenost se rozdělí na úseky kratší než délka pásma, aby body takto vytvořené ležely v přímce, výsledná vzdálenost je pak součtem jednotlivých délek („kladů“ pásma).

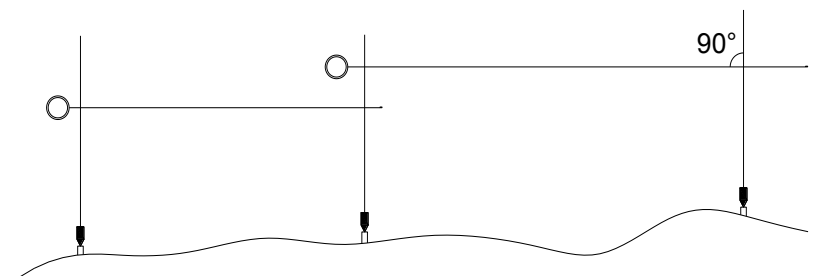
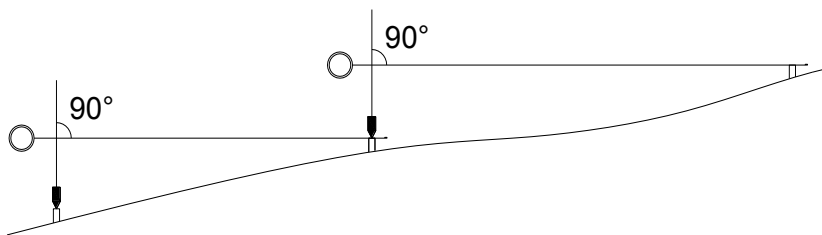


Měření délek pásmem

- Měřená trasa musí být v celé délce přístupná,
- měří se délka vodorovná (zajišťuje se pomocí olovnice),
- měření se provádí **vždy 2x**, v rovinném terénu tam a zpět, ve svažitém terénu ve směru sklonu s odsazením (**po svahu**),
- rozdíl dvou měření se posuzuje příslušným mezním rozdílem Δ_M , který je dle metodického návodu pro tvorbu Základní mapy ČSSR:

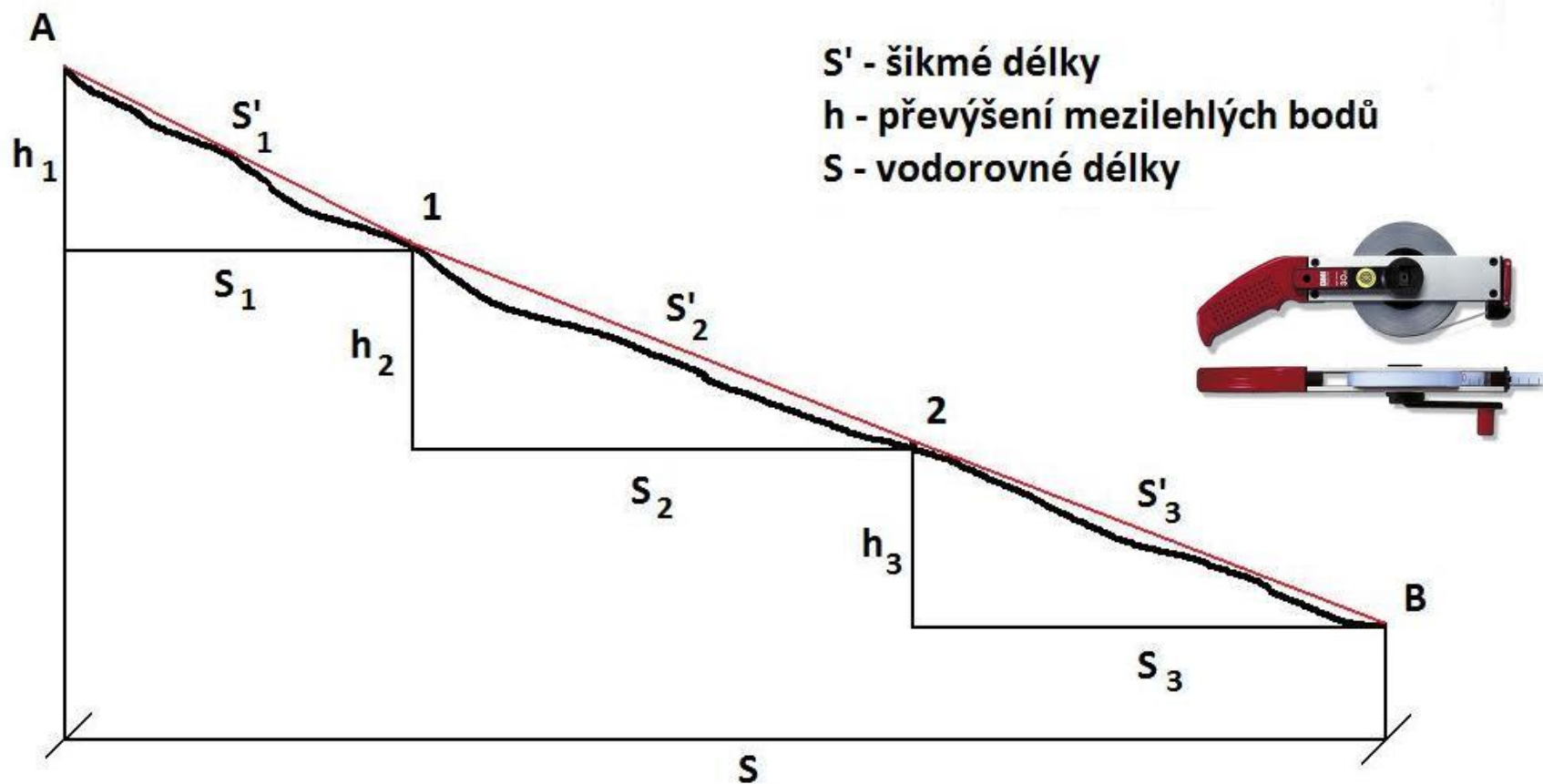
$$\Delta_M = 0,012 \cdot \sqrt{s}$$

- přesnost délek měřených pásmem je přibližně 3 cm na 100 m,



Měření délek pásmem ve velkém sklonu

V případě, že sklon terénu je velký (krátké úseky), je vhodné měřit délku šikmou a k tomu převýšení (nebo teodolitem zenitový úhel) a vodorovnou délku dopočítat.



Měření délek

Měření délek:

1) Přímé měření délek

- a) pásmem
- b) latěmi
- c) dráty



2) Nepřímé měření délek

- a) optickými dálkoměry (nitkové, dvojobrazové, ...)
- b) mechanickými dálkoměry
- c) fyzikálními dálkoměry (interferenční, elektronické, fázové)

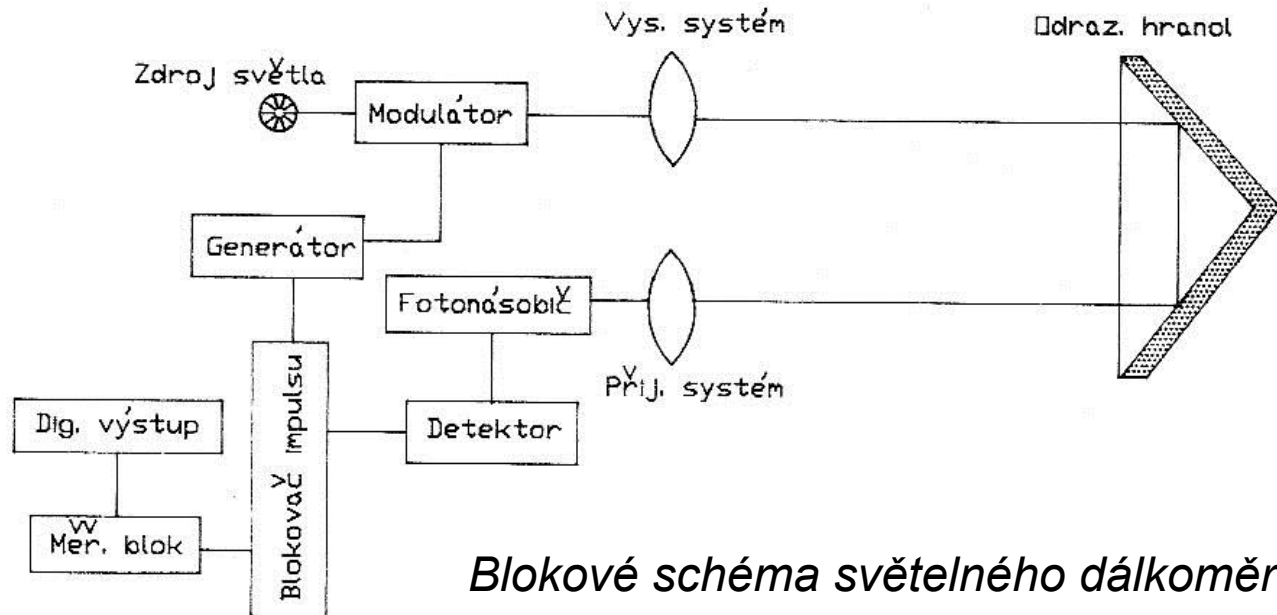
Měření délek

Elektronické dálkoměry:

- 1) Radiové
- 2) Světelné

Pro určení délky se vychází ze znalosti rychlosti šíření elektromagnetických vln (v) a ze znalosti tranzitního času (t), který je nutný na překonání od přístroje k cíli.

$$2d = vt$$



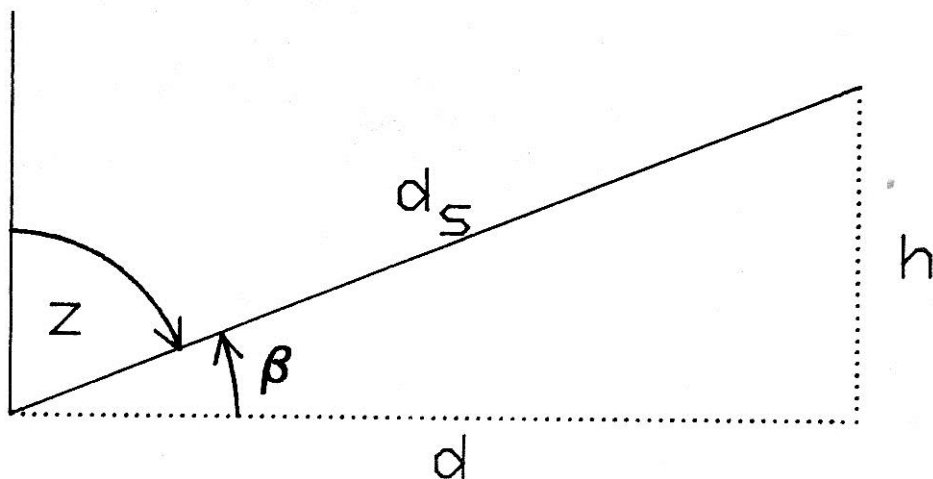
Blokové schéma světelného dálkoměru

Měření délek

Redukce délek:

- 1) Fyzikální redukce u elektronických dálkoměrů (tabulky)
- 2) Redukce délek na vodorovnou

Každou šikmo měřenou délku d_s musíme redukovat na vodorovnou d (obr. 139) podle vztahu



Obr. 139

$$d = \sqrt{d_s^2 - h^2}$$

Známe-li výškový rozdíl h koncových bodů. V případě, že známe zenitový úhel z nebo výškový úhel β pak

$$d = d_s \sin z = d_s \cos \beta$$

Měření délek

Redukce délek:

3) Rozdíl mezi délkami ve skutečném a zdánlivém horizontu

délka $s=R*\varphi$

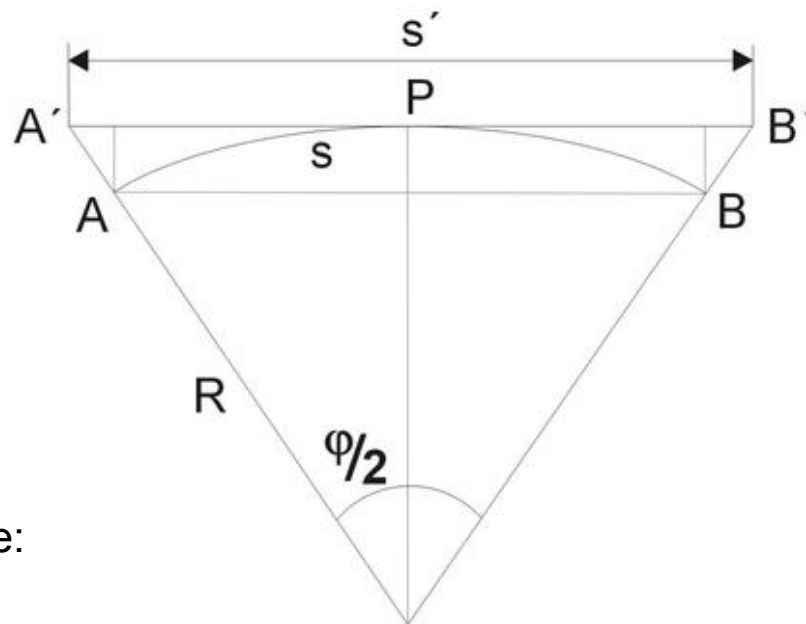
potom $\varphi=s/R$

$$s' = 2R * \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}$$

Rozvinutím funkce tg v Maclaurinovu řadu a použitím pouze prvních 2 členů dostaneme:

$$s' = 2R \left(\frac{s}{2R} + \frac{s^3}{24R^3} \right) = s + \frac{s^3}{12R^2}$$

$$\Delta s = s' - s = \frac{s^3}{12R^2}$$



A, B – body na kulové ploše (skutečný horizont)
A', B' – body na zdánlivém horizontu

Měření délek

Redukce délek:

4) Redukce délky do nulového horizontu

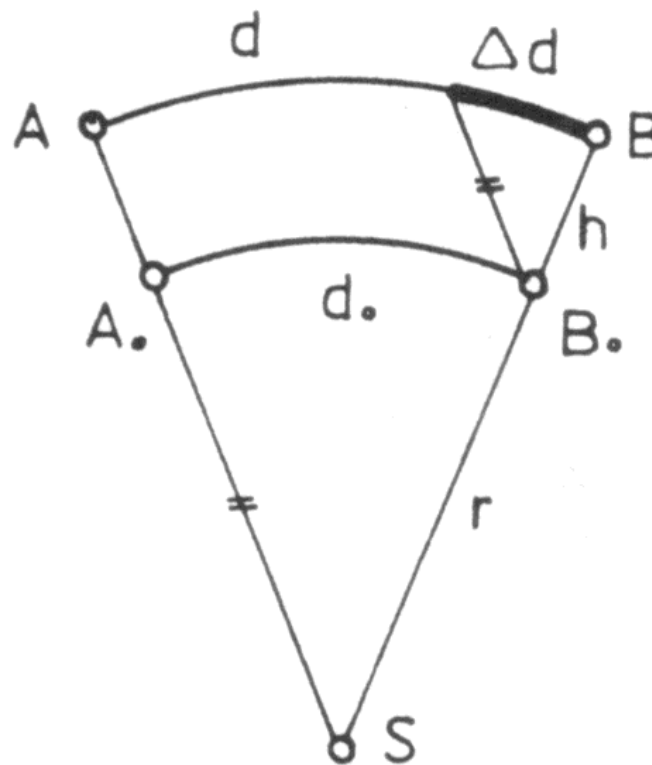
Přímo měřené délky (po fyzikální redukci) je nutno redukovat do tzv. nulového horizontu.

$$d_0 = d - \Delta d$$

$$\frac{\Delta d}{h} = \frac{d}{(r+h)}$$

$$\Delta d = d \cdot \frac{h}{(r+h)} \cong d \cdot \frac{h}{r}$$

$$d_0 = d \cdot \frac{R}{R+H}$$



r ... poloměr referenční koule (6380 km)

h ... nadmořská výška

A, B – body na kulové ploše (skutečný horizont)

A₀, B₀ – body na nulovém horizontu

Měření délek

Redukce délek:

4) Redukce délky do nulového horizontu

Vlivem sbíhavosti tížnic je délka v určité nadmořské výšce větší či menší než na nulovém horizontu.

Délka s naměřená ve výšce h se při průmětu do nulového horizontu změní na délku s_0 .

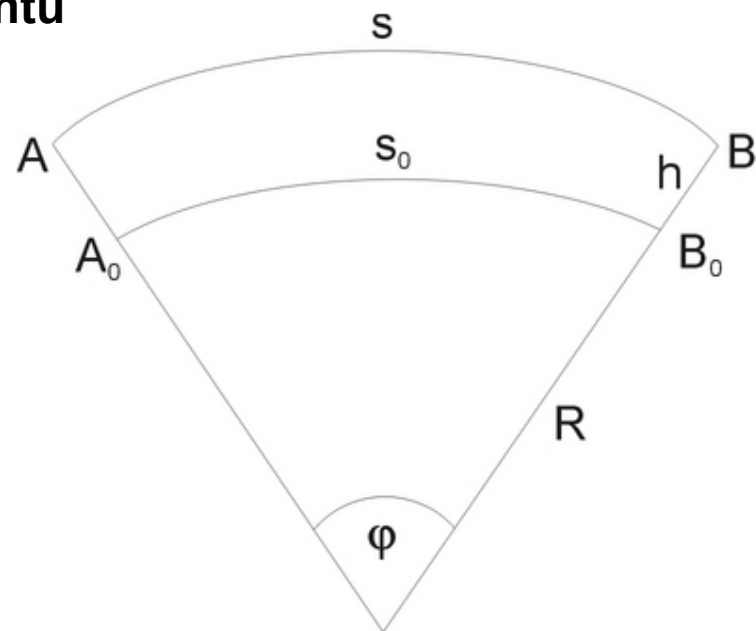
s – délka na skutečném horizontu

s_0 – délka v nulovém horizontu

R – poloměr náhradní koule

A, B – body na kulové ploše (skutečný horizont)

A_0, B_0 – body na nulovém horizontu



$$\frac{s_0}{s} = \frac{R}{R+h} = \frac{1}{1+\frac{h}{R}}$$

$$s_0 = s * \left(1 + \frac{h}{R}\right)^{-1} = s * \left(1 - \frac{h}{R}\right)$$

$$\Delta s = s - s_0 = h * \frac{s}{R}$$

Měření délek

Redukce délek:

5) Redukce do nulového horizontu

Redukci délky do nulového horizontu

určíme ze vztahu: $\Delta d = \frac{dH_m}{R}$, $s_o = d - \Delta d$.

H_m – průměrná výška koncových bodů

Odvození:

$$d_s^2 = (R + H_A)^2 + (R + H_B)^2 - 2(R + H_A)(R + H_B)\cos\varphi \quad (44)$$

$$s_o^2 = R^2 + R^2 - 2RR\cos\varphi = 2R^2 - 2R^2\cos\varphi = 2R^2(1 - \cos\varphi) \quad (45)$$

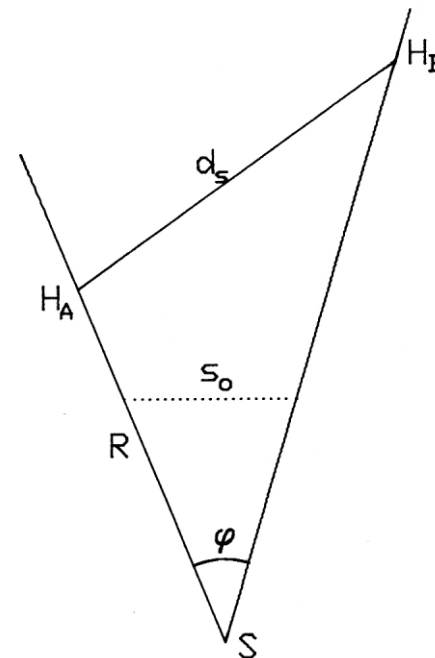
Z rovnice (44) vypočteme hodnotu $\cos\varphi$

$$\cos\varphi = \frac{(R + H_A)^2 + (R + H_B)^2 - d_s^2}{2(R + H_A)(R + H_B)}$$

a dosadíme ho do rovnice (45)

$$s_o^2 = 2R^2\left(1 - \frac{(R + H_A)^2 + (R + H_B)^2 - d_s^2}{2(R + H_A)(R + H_B)}\right)$$

$$s_o^2 = 2R^2 \frac{2(R + H_A)(R + H_B) - (R + H_A)^2 - (R + H_B)^2 + d_s^2}{2(R + H_A)(R + H_B)} \quad (46)$$



d_s – šikmá délka

s_o – délka v nulovém horizontu

R – poloměr náhradní koule

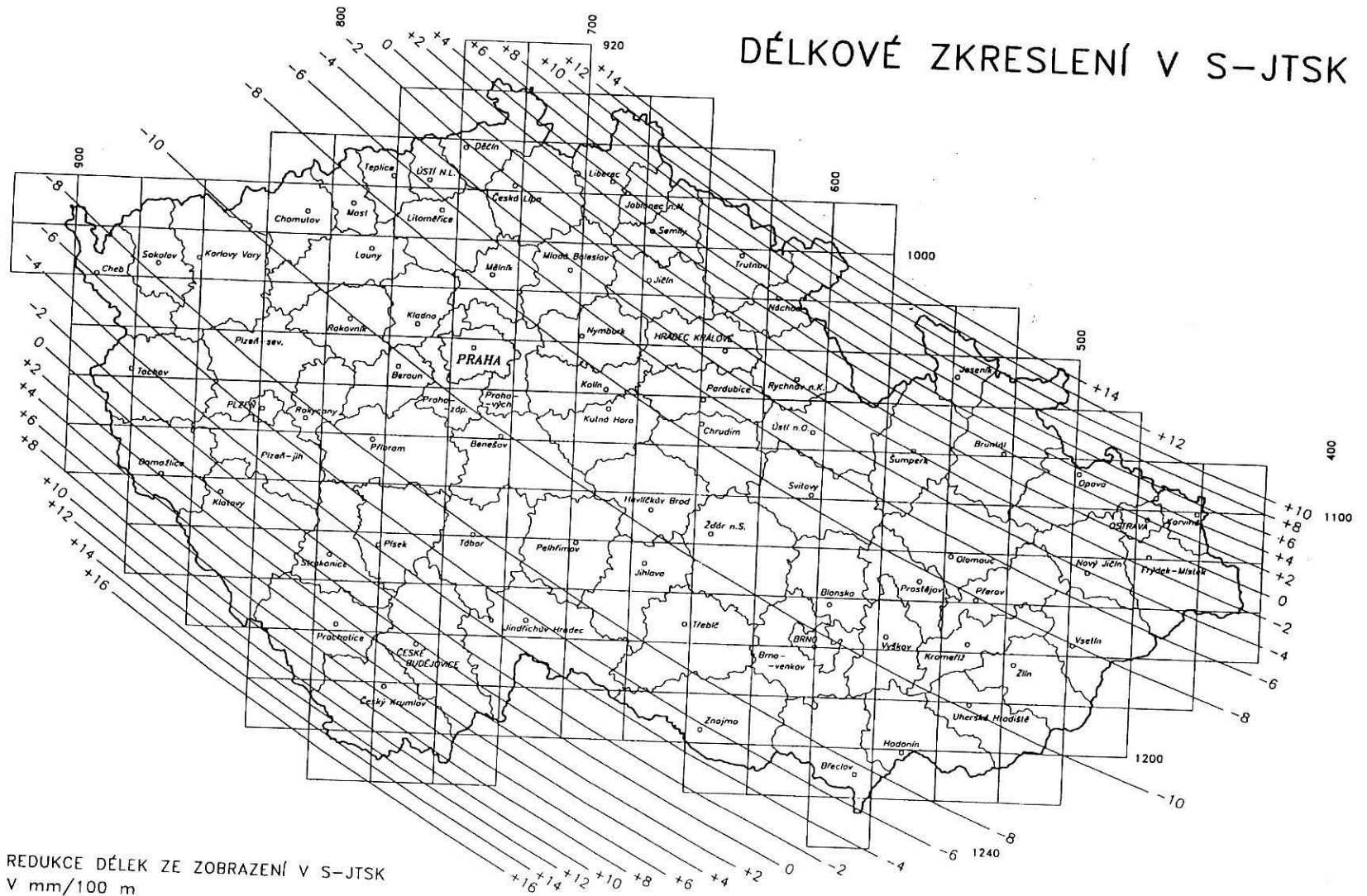
H_A, H_B – nadm. výška bodu

$$s_o = \sqrt{\frac{d_s^2 - (H_A - H_B)^2}{\left(1 + \frac{H_A}{R}\right)\left(1 + \frac{H_B}{R}\right)}}$$

Měření délek

Redukce délek:

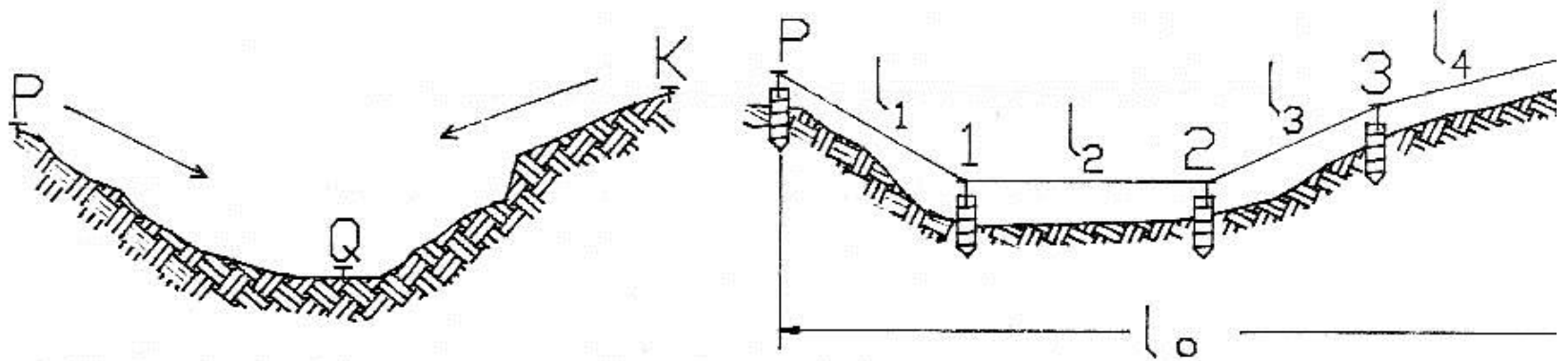
6) Redukce délek do zobrazovací roviny vlivem Křovákovy zobrazení



Měření délek

Měření délek pásmem

- a) Délky se měří zásadně po svahu
- b) Každá délka se měří zásadně dvakrát



Měření délek

Přesnost přímého měření délek

Systematické chyby

- a) Chyba z nestejné délky měřidla
- b) Chyba ze změny měřidla (např. vlivem změny teploty)
- c) Chyba z protažení měřidla
- d) Chyba z nevodorovné polohy měřidla
- e) Chyba z vybočení měřidla ze směru
- f) Chyba z průhybu měřidla

Náhodné chyby

- a) Chyba z přiřazení nuly
- b) Chyba z odečtení konce pásma

Střední chyba ve výsledku (průměru): $m_z = m/\sqrt{n}$

n – počet měření,

m – aritmetický průměr

Paralaktické měření délek

Optické dálkoměry

a) Dálkoměry s konstantní délkou základny

Důležitá je přesně známá délka základnové latě **l**, zjišťuje se kalibrací.

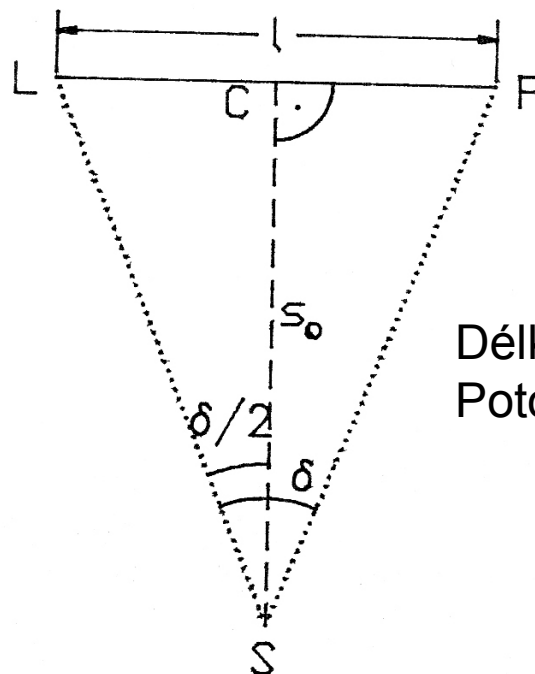


Základnová lať Carl Zeiss Jena Bala 2 m

Dosažitelná přesnost je až 1 : 100 000, tj. 1 mm na 100 m.

Metoda je vhodná pro měření na krátké vzdálenosti. Teoreticky lze vzdálenost 10 m změřit s přesností na 0,1 mm.

Větší vzdálenosti než 100 m lze měřit s využitím paralaktických článků.



$$s_0 = \frac{1}{2} \cotg \frac{\delta}{2}$$

Délka **l** se volí přesně 2 m. Potom platí:

$$s_0 = \cotg \frac{\delta}{2}$$

Měření délek optickými dálkoměry

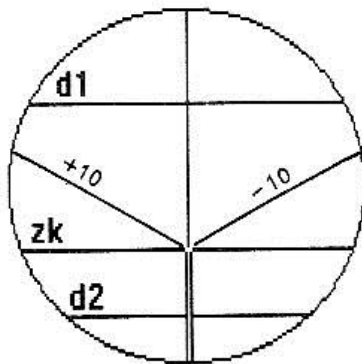
Optické dálkoměry

b) Nitkový dálkoměr

Je součástí opticko-mechanických teodolitů.

Tvořen dvojicí krátkých vodorovných rysek na svislém vláknu ryskového kříže, symetricky umístěných k vodorovné rysce.

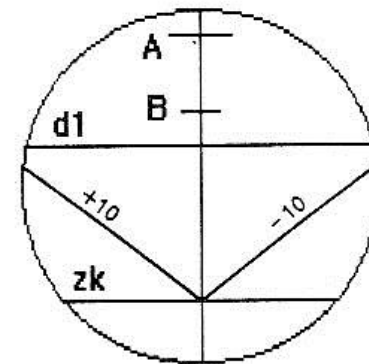
Cílovým znakem je obvykle lať s centimetrovým dělením.



Dahlta 010

*zk = základní kružnice
d1 = dálkoměrná křivka $k = 100$
d2 = dálkoměrná křivka $k = 200$
+10, -10 = výškoměrné křivky
A, B = dálkoměrné křivky
pro $k = 200$*

Při sklápění dalekohledu se v zorném poli objevují další výškoměrné křivky (± 20 , ± 100 a pro DAHLTA 010 také ± 50).



Dahlta 020

Měření délek optickými dálkoměry

Optické dálkoměry

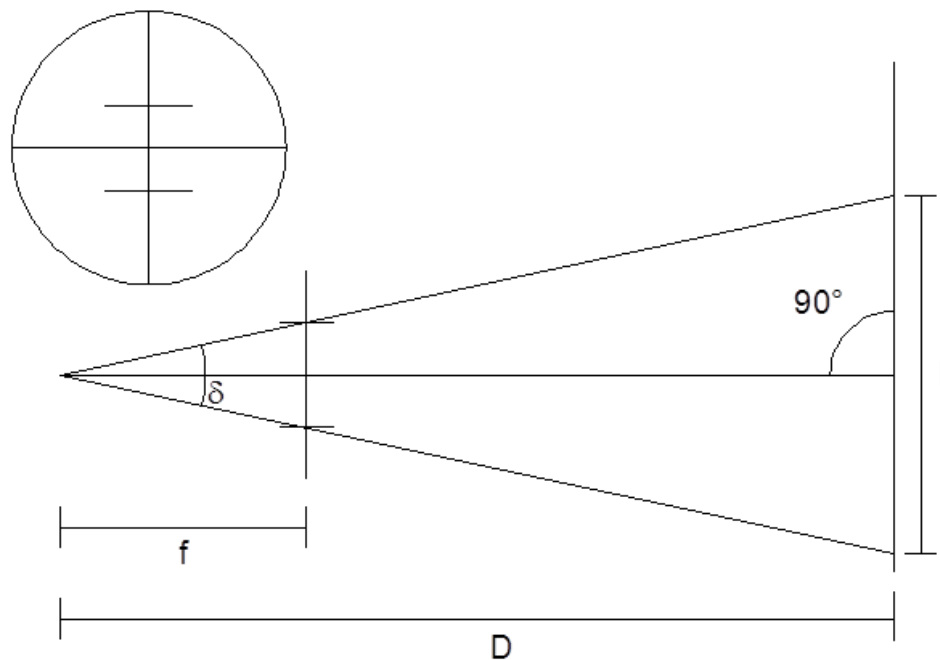
b) Nitkový dálkoměr

Úhel δ je konstantní, je dán vzdáleností rysek a ohniskovou vzdáleností f , mění se pouze určovaný laťový úsek l .

Případ vodorovné záměry
($z = 100g$)

$$d = \frac{l}{2} \cot g\left(\frac{\delta}{2}\right), k = \frac{l}{2} \cot g\left(\frac{\delta}{2}\right)$$

$$d = k \cdot l$$

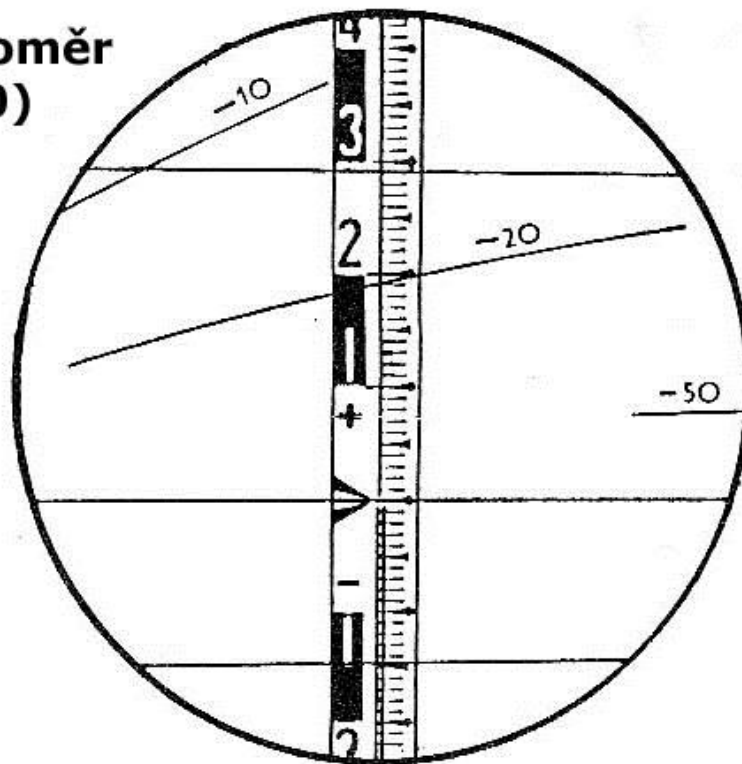


Měření délek

Optické dálkoměry

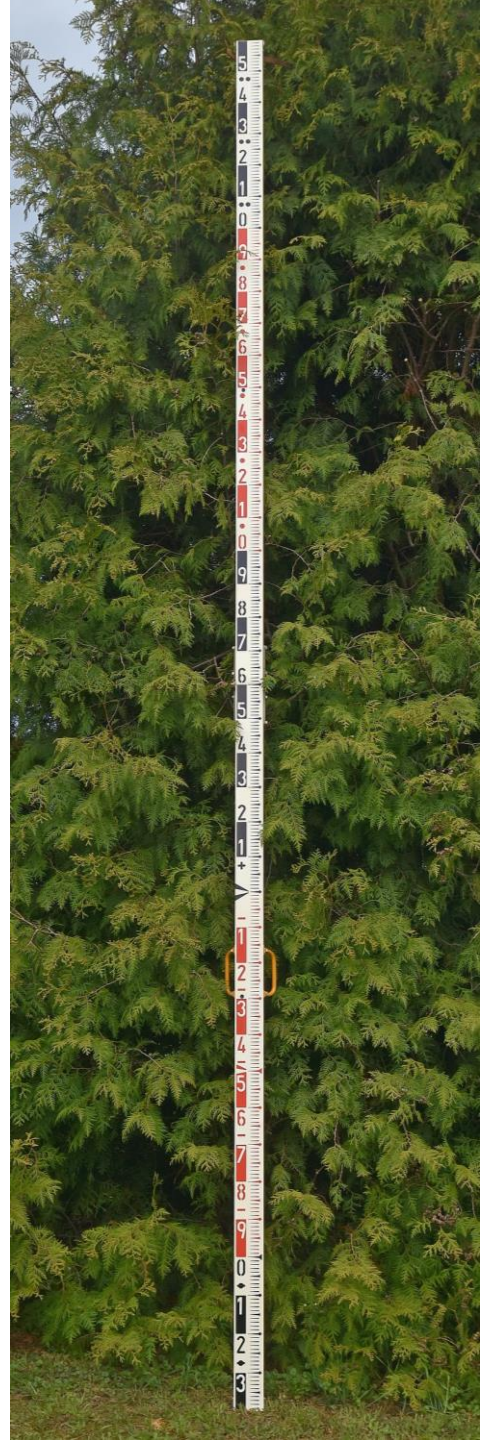
b) Nitkový dálkoměr

Diagramový dálkoměr DAHLTA 010 (020)



$$\text{Vzdálenost} = 29,0 \text{ cm} \cdot 100 = 29,0 \text{ m}$$

$$\text{Převýšení} = 19 \text{ cm} \cdot (-20) = -3,8 \text{ m}$$



Měření délek optickými dálkoměry

Optické dálkoměry - Diagramový dálkoměr DAHLTA 010 (měřická sestava)



měřická sestava:

- Diagramový dálkoměr DAHLTA 010 se stativem
- 2 x lať (měření vodorovné vzdálenosti a převýšení)
- zápisník, brašna
- 2 x vytyčka

Děkuji za pozornost

Ing. Miroslav Čábelka

Katedra aplikované geoinformatiky a kartografie

Přírodovědecká fakulta, Univerzita Karlova

cabelka@natur.cuni.cz